Dr E. Stipanić (Beograd)

AHMESOVA RAČUNICA*

Herodot, grčki pisac i istoričar iz druge polovine V veka pre naše ere, zapisao je u jednom svom delu, da je egipatski vladalac Ramzes II (koji je živeo oko 1300. godine pre n.e.) naredio da se premeri zemlja u Egiptu radi određivanja godišnjeg poreza vlasnicima zemlje. Međutim, kako je reka Nil često plavila egipatsko zemljište i na taj način brisala granice između zemljoposeda, to je bilo potrebno, posle svake poplave Nila, ponovo premeravati zemljište i određivati granice poseda. Zato, kaže Herodot, izgleda da geometrija vodi svoje poreklo iz Egipta. Osim Herodota i drugi grčki pisci tvrde da geometrija potiče iz Egipta.

Da su stari Egipćani imali izvesna znanja iz geometrije i aritmetike, vidi se i po mnogobrojnim pisanim spomenicima koji su pronađeni na tlu Egipta. Svoja saznanja iz raznih oblasti svakodnevne društvene delatnosti Egipćani su zapisivali na listovima pravljenim od papirusa — trske koja je rasla na obalama reke Nila. Ti papirusi predstavljaju danas za nauku vrlo dragocene spomenike egipatske kulture. Jedan od najznačajnijih takvih spomenika je papirus koji se često zove *Ahmesova računica.* To je najstarije sačuvano matematičko delo pisano hijeroglifima na papirusu dugom oko 5,5 m i širokom 32 cm. U njemu se pominje ime nekog Ahmesa za koga se kaže da je tekst papirusa napisao po ugledu na jedan stariji rukopis. Iz vremenskih podataka navedenih u papirusu, može se zaključiti da potiče iz 17. veka pre naše ere.

Ahmesovu računicu (papirus) su pronašli Arabljani u blizini Rameseja, hrama na zapadnoj obali Nila, kraj Luksora. Englez *A. H. Rhind* kupio je taj papirus od Arabljana, te se u nauci po njemu naziva *Rindov* ili *Rajndov papirus.* Danas se čuva u Britanskom muzeju u Londonu.

Ahmesova računica se može podeliti na četiri dela: uvod, prva, druga i treća knjiga. Izložićemo ukratko sadržaj Ahmesove računice.

● U uvodu se nalazi tablica razlomaka, čiji su brojioci 2, a imenioci neparni brojevi od 3 do 99. Svaki od pomenutih razlomaka predstavljen je u obliku sume razlomaka čiji su brojioci 1, izuzev razlomka $\frac{2}{3}$.

---

* Članak je uz, manje izmene, preštampan iz *Matematičko-fizičkog lista za učenike srednjih škola*, II/3.

Tako se, na primer, $\frac{2}{17}$ predstavlja kao suma razlomaka $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{51}$ i $\frac{1}{68}$; $\frac{2}{5}$ kao suma od $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{15}$; $\frac{2}{99}$ kao suma od $\frac{1}{66}$ i $\frac{1}{168}$ itd. U Ahmesovoj računici nema obrazloženja iz kojih bi se videlo na koji se način razlomci $\frac{2}{2n+1}$ (gde je $n=2, 3, 4, \ldots, 49$) razlažu na sumu razlomaka čiji su brojioci 1. Interesantno je istaći činjenicu da su se pitanjem nastanka tabele razlomaka $\frac{2}{k}$ (gde je k neparan broj) u sklopu aritmetičkih metoda egipatske matematike bavili mnogi istoričari matematike. Rezultati takvih istraživanja uglavnom govore o tome da egipatska aritmetika nije imała isključivo praktički karakter, nego se u njoj već ispoljavala težnja za logičkim povezivanjem i uopštavanjem. Merenje površina i zapremina neizbežno je moralo dovesti do pojave razlomaka i specijalnih oznaka za razlomke. Poznato je, na primer, da su Egipćani 32. deo jedinice za zapreminu, koja je iznosila otprilike 0,45 dm^3, označavali simbolom $\bigcirc$. Taj znak je najpre predstavljao $\frac{1}{32}$, ali su docnije Egipćani pomoću njega označavali razlomke čiji su brojioci 1, na taj način što su ispod njega stavljali odgovarajući imenilac $\left(\frac{1}{4}=\overset{\bigcirc}{||||};\ \frac{1}{10}=\overset{\bigcirc}{\cap}\right.$, gde je $\cap$ znak za $\left.10\right)$.
Astronomska škola starih Egipćana u Heliopolisu bavila se sastavljanjem egipatskog kalendara, pa se, dakle, može pretpostaviti da su njeni astronomi u računima s jedinicama vremena (danom, mesecom i godinom) morali doći do pojma o razlomcima i računskim operacijama s njima. Lako se uviđa da se izvestan broj dana, kao deo meseca, može predstaviti sumom razlomaka čiji su brojioci 1. Tako na primer, 4 dana iznosi $\frac{2}{15}$ meseca, ili $\frac{1}{10}$ meseca više $\frac{1}{30}$ meseca $\left(\frac{2}{15}=\frac{1}{10}+\frac{1}{30}\right)$, dok, na primer, 12 dana iznosi $\frac{2}{5}$ meseca, ili $\frac{1}{3}$ meseca $+\frac{1}{15}$ meseca, itd.
Takvi primeri računanja s vremenskim jedinicama navode na zaključak da se sa dovoljno verovatnoće može pretpostaviti da je pomenuto razlaganje razlomaka na zbir tzv. jediničnih ili osnovnih razlomaka proizišlo iz praktičnih radova astronomske škole u Heliopolisu.

● Prva i treća knjiga sadrže uglavnom zadatke i probleme iz aritmetike koji su vezani za praksu svakodnevnog života. Tu nalazimo razne zadatke u vezi sa sabiranjem i oduzimanjem razlomaka, zatim probleme o deobi hlebova na nejednake delove, pretvaranje većih jedinica za merenje zapremine u manje jedinice, račune koji nam govore u kakvom odnosu stoji količina žita prema količini dobijenog hleba, ili količina ječma prema dobijenoj količini piva, kao i razne druge zadatke u vezi s ishranom domaćih životinja. Osim toga, postoje i dva problema od kojih jedan sadrži aritmetički, a drugi geometrijski niz.

Od interesa je naročito istaći, među svim problemima, takozvane »hau« probleme (»hau« znači gomila i predstavlja nepoznatu koju u problemu treba odrediti). Rešavanje tih problema sa stanovišta današnje algebre svodi se na rešavanje linearne jednačine sa jednom nepoznatom. Tako jedan problem u Ahmesovoj računici glasi: »Gomila, njena sedmina, njena celina iznosi 19«, a drugi: »Gomila, njene dve trećine, njena polovina, njena sedmina, njena celina iznosi 33«. Posle tako formulisanih problema daju se njihova rešenja, određuje se »gomila« (nepoznata). Očevidno je da se prvi problem, pisano današnjom simbolikom, svodi na jednačinu $x+\frac{x}{7}=19$, a drugi na jednačinu $x+\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{7}x=33$.

Osim čisto aritmetičkih problema ističu se oni problemi koji svojim sadržajem u mnogome liče na takozvane probleme društvenog računa (računa deobe). Takav je, na primer, sledeći problem: »Treba da se podeli 700 hlebova na 4 lica, 2/3 za jedno, 1/2 za drugo, 1/3 za treće i 1/4 za četvrto«. Reši problem tako da postaviš jednačinu!

U Ahmesovoj računici se nalazi problem koji bismo mogli formulisati na sledeći način: »Podeli 100 hlebova na 5 delova tako da razlika između dva uzastopna dela bude stalna i da zbir tri veća dela bude sedam puta veći od zbira dva manja dela«. Čitaoče, reši ovaj problem!

● Druga knjiga je posvećena geometrijskim problemima. U njoj imamo izračunavanje zapremine sudova koji imaju oblik valjka, pravouglog paralelopipeda, zatim geometrijski problem deobe datog zemljišta u cilju što lakšeg izračunavanja njegove površine. Osim toga, tu nalazimo izračunavanje površine pravougaonika, kruga, trougla, trapeza, upoređivanje površine kruga sa površinom kvadrata i rešavanje problema nagibnog ugla piramidine strane prema njenoj osnovi.

U većini geometrijskih zadataka izračunava se površina zemljišnih parcela. Iz tih se zadataka vidi da su Egipćani uvek nastojali da posmatranu figuru podele na prostije figure u cilju izračunavanja njene površine. Od ravnih figura naročito su zastupljeni jednakokraki trougao, jednakokraki trapez i pravougaonik. Površinu jednakokrakog trougla izračunavaju tako da uzimaju poluproizvod osnovice a i kraka b, tj. po obrascu $\frac{a \cdot b}{2}$, dok površinu jednakokrakog trapeza izračunavaju po obrascu $\frac{a+c}{2} \cdot b$, gde su a i c dužine osnovica a b dužina kraka trapeza. (Da li su navedeni obrasci tačni? Kada će oni u praktičnim premeravanjima zemljišta ipak dati približno tačne rezultate?)

Među geometrijskim zadacima naročito je zanimljivo istaći zadatak u kome se nalazi približno određivanje površine kruga. Može se reći da taj zadatak po svome sadržaju i metodi liči na ono što se naziva problem kvadrature kruga. Naime, traži se kvadrat čija će površina biti jednaka površini kruga datog poluprečnika. Za stranicu kvadrata uzimaju prečnik kruga umanjen za devetinu svoje dužine. Dakle, ako je prečnik kruga $2r$, stranica kvadrata biće $2r - \frac{2r}{9} = \frac{16}{9} r$, pa bi moralo biti $\left(\frac{16}{9} r\right)^2 = \pi r^2$, tj. $\pi = \frac{256}{81} = 3{,}1604\ldots$, što znači da su Egipćani za broj π uzimali približnu vrednost 3,16.

Pored navedenih geometrijskih zadataka, u Ahmesovoj računici se nalaze zadaci iz stereometrije. Oni većinom tretiraju probleme izračunavanja zapremine prostora u kojima treba da se smesti žito ili druga hrana.

● Po broju, sadržaju i raznovrsnosti problema, zatim po postupcima njihovog rešavanja, kao i izvesnoj sistematičnosti u rasporedu tih problema, Ahmesova računica se može smatrati po mnogima kao neka vrsta udžbenika matematike. Ona je obrazovanom Egipćaninu mogla poslužiti kao praktičan priručnik pomoću kojeg se snalazio u raznim računima koje mu je postavljala praksa svakodnevnog rada.

Ukratko izložena analiza sadržaja Ahmesove računice pokazuje kako su praktični problemi različitih merenja davali podsticaja razvitku matematičkih znanja Egipćana, kako su ta znanja neposredno bila povezana sa onim što je praksa nametala i kako je egipatska matematika imala pretežno empirijski (iskustveni) karakter. Ali, ova analiza ukazuje i na činjenice koje u dovoljnoj meri ilustruju pojave apstraktnog teorijskog rasuđivanja u egipatskoj aritmetici i geometriji. (primeri razlaganja razlomaka na osnovne razlomke i operacije s njima, upoređivanje površine kruga s površinom kvadrata). Drugačije nije ni moglo biti, *jer se proces svake spoznaje, pa i matematičke, razvija linijom od konkretnog k apstraktnome i obrnuto, od apstraktnog ka konkretnome.*

Статијата прв пат е објавена во списанието Математички лист на ДМ на Србија