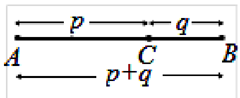
Ана Иванова, Скопје,
Даниел Велинов, Скопје

ЗЛАТЕН ПРЕСЕК, ОМИЛЕНА ПРОПОРЦИЈА НА АРХИТЕКТИТЕ

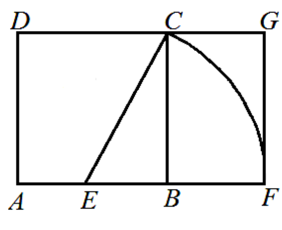
Математиката е јазик со кој Бог го напишал целиот универзум
Галилео Галилеј



Евклид за златниот пресек има кажано: "Да се подели отсечка во златен пресек значи да се подели во екстремен и среден однос." Ова всушност значи да се подели отсечката на два дела така да односот на поголемиот дел со помалиот е еднаков на односот на поголемиот дел со целата отсечка. Ако поделбата е извршена како на цртежот, една отсечка е поделена во златен пресек ако важи $\frac{p}{q}=\frac{p+q}{p}$, односно важи $p^2=q(p+q)$. Последното равенство покажува дека поголемиот дел од отсечката поделена со златен пресек е геометриска средина од должината на помалиот дел и должината на целата отсечка. Нормално, прашање кое се поставува е: Како ако имаме дадено произволна отсечка, ќе ја поделиме отсечката во златен пресек? Одговорот ќе го дадеме во продолжение.

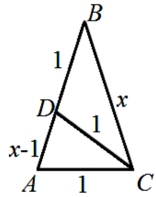
Нека ставиме $x=\frac{p}{q}$ во равенката $\frac{p}{q}=\frac{p+q}{p}$. Имаме, $\frac{p}{q}=x=\frac{p+q}{q}=1+\frac{p}{q}=1+\frac{1}{x}$, односно добиваме $x^2=x+1$. Златниот пресек, кој најчесто се означува со ϕ е позитивното решение на оваа равенка и тоа изнесува $\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1,61803989...$. Другото решение на оваа равенка е $\beta=1-\phi=\frac{1-\sqrt{5}}{2}=-0,618...$ што овде нема да биде предмет на интерес.

Ознаката ϕ е во чест на големиот грчки скулптор Phidias, кој многу често го користел златниот пресек кога проектирал згради како што се Parthenon и Propylaea на Acropolos во стара Атина. Phidias ја има создадено и статуата на Зевс на Олимп, која е едно од Светските чуда.

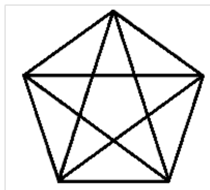


Проблемот да се конструира поделба на отсечка во златен пресек со линијар и шестар е едноставен. Да започнеме со квадрат со страна 1 (цртеж десно). Ја поврзуваме средината E на остечката AB со темето C. Отсечката EC има должина $\frac{\sqrt{5}}{2}$. Опишуваме кружница со центар во E и радиус $\overline{EC}$, која го сече продолжението на AB во точката F. Отсечката $\overline{AF}$ има должина $\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\phi$, златен пресек. Правоаголникот $AFGD$, чии страни се во однос $1:\phi$ се нарекува златен правоаголник.

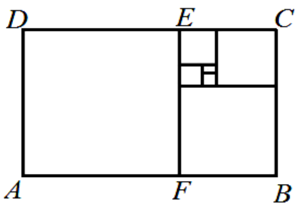
Ќе дадеме конструкција на рамнокрак триаголник со агол при основата кој е двапати поголем од аголот при врвот на триаголникот, односно рамнокрак триаголник со агли при основата $72°$ и агол при врвот $36°$. Причината поради кој ова го правиме е да илустрираме дека оваа конструкција вклучува златен пресек.



Нека основата на рамнокракиот триаголник AC има должина 1 и нека краците BC и AB имаат должина x. Ако повлечеме симетрала во темето C, и пресекот на симетралата со кракот AB го означиме со D, добиваме триаголник ADC кој е сличен со триаголникот ABC. Од нивната сличност следува дека $x:1=1:(x-1)$, односно $x^2=x+1$. Оттука добиваме дека односот на кракот спрема основата на рамнокракиот триаголник ABC е ϕ - златен пресек. Овој триаголник се нарекува тенок златен триаголник. Во рамнокракиот триаголник CDB односот на основата со кракот е златен пресек. Овој триаголник го нарекуваме дебел златен триаголник. Тенкиот златен триаголник има агол при основата $72°$, додека дебелиот златен триаголник има агол при врвот $36°$ (зошто?).



Ако ги повлечеме дијагоналите на правилен петаголник, добиваме фигура, која се нарекува пентаграм. Во пентаграмот има многу златни пресеци. Ако страната на петаголникот е 1, тогаш во пентаграмот има 3 отсечки со должина ϕ^{-2} 10 отсечки со должина ϕ^{-1}, 15 отсечки со должина 1 и 5 отсечки со должина ϕ (цртеж десно).

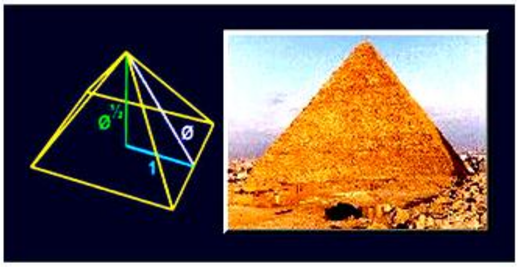


На цртежот лево е покажано како златен правоаголник може последователно да се дели на на помали златни правоаголници.

Во продолжение ќе биде покажано и наведено каде се појавува златниот пресек во природата, во архитектурата и во дизајнот.

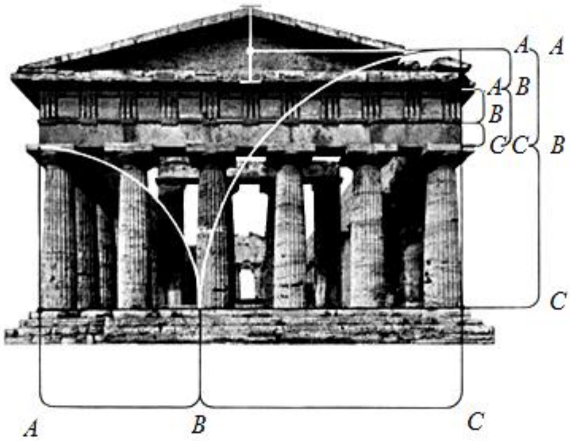
Во текот на вековите, истражувани се најдобрите пропорциски односи за градбите, а притоа ниту еден дел од градбата да не се измени. Во архитектонските композиции се истражувани ефекти како контраст помеѓу полното (ѕидот) и празното (столбовите пред ѕидот), а за постигнување на хармонија истражувана е рамнотежа меѓу столбот и тежината кој паѓа врз него. Целата античка архитектура се темели врз овие композициски принципи. Земајќи го модулот (долниот полупречник на столбот) како релативна мерка за пропорционирање, во антиката архитектурата ја сфатиле како наука за броевите. Со ова можеме да ја објасниме грижата на античките архитекти за едниственост и јасност на градбата. Архитектонскиот израз на грчкиот храм е сведен на достоинственост, убавина или раскош, на кои одговараат дорскиот, јонскиот и коринтскиот стил.

За разлика од грчката архитектура, египетската и месопотамската архитектура се монументални. Во споредба со нив грчката архитектура е со помали димензии, близки со човечките. Имено, кај грчката архитектура по правило монументалноста на објектите не е гледана во големината туку во начинот на одредување на рамнотежа помеѓу главните архитектонски елементи, во ритамот на вертикалите, во пропорциските односи и во складноста со природниот елемент.

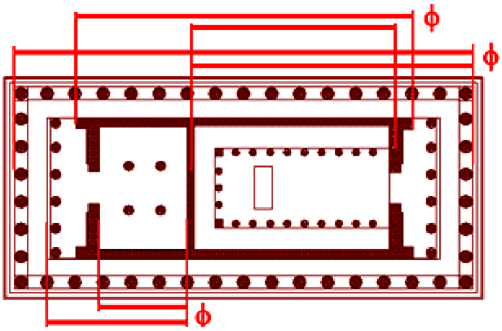


Египетска пирамида

Овие архитекти сметале дека градбите имаат исклучителен изглед ако димензиите им се одредувани по златен пресек. Дури се верувало и дека ако се изградени по принципот на златен пресек ќе имаат магични моќи. Златниот пресек се сметал за совршена пропорција или Божествена пропорција. Познати објекти кои се градени по овој принцип се: Египетските пирамиди, Партенон во Атина – дело на познатите архитекти Ихтинос и Каликратес и склупторот Фидиј (споменат погоре), скулптури во Акропол дело на Фидиј, Таџ Махал во Индија, црквата Нотр Дам во Париз, Ајфеловата кула во Париз и многу други.



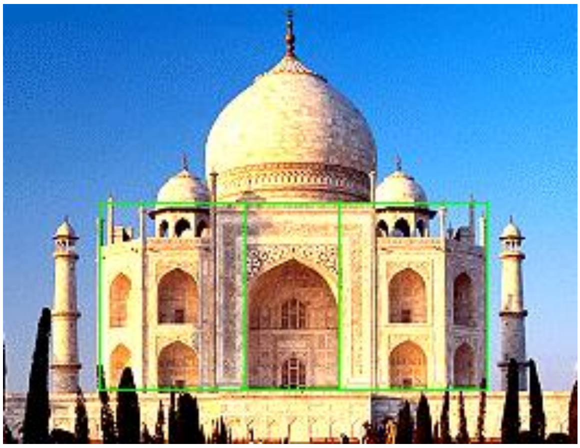
Златните пресеци на храмот Партенон



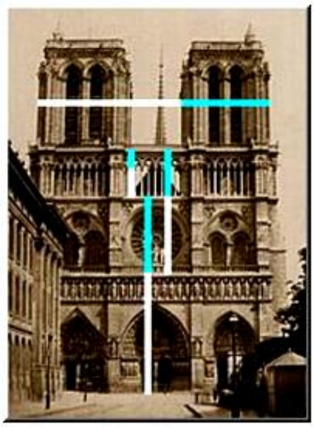
Златните пресеци на основата на Партенон

Малку подетално ќе се задржиме на Партенон поставен на Атинската Акропола, изграден 447 – 434 г. пне. Неговиот модул изнесува 95 cm, висината на стереобатот (подножјето на столбот) е 160 cm, столбот е 1031 cm, димензијата на гредата е 330 cm и на тимпанот (на претходниот цртеж триаголниот кров) е 450 cm. Вкупната висина на објектот е 1971 cm. Партенон е еден од најголемите грчки храмови кој е изграден во совршени пропорции, што може да се види и од пропорциите на неговата основа (види цртеж лево).

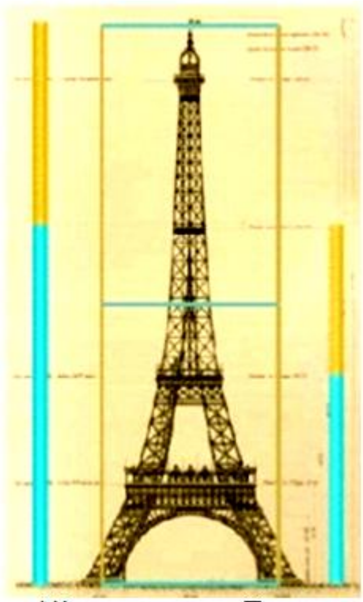
Секако, една од најубавите и воедно најмонументалните градби во поновата историја е Таџ Махал (цртеж десно). Таџ Махал е изграден помеѓу 1631 – 1654 год. Требало да претставува најголема и најубава гробница во целиот свет. Неговата висина изнесува 75 m, а димензиите на целиот комплекс се 300 m на 560 m. Целата градба е изработена од бел мермер.



На цртежите десно се дадени изгледите на црквата Нотр Дам во Париз и на Ајфеловата кула, при што се означени пропорциите кои се во златен пресек.



Црквата Нотр Дам во Париз

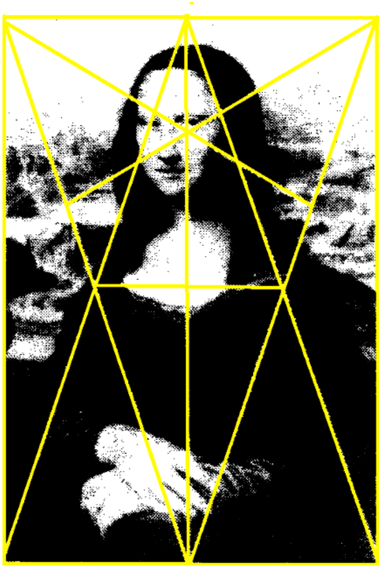


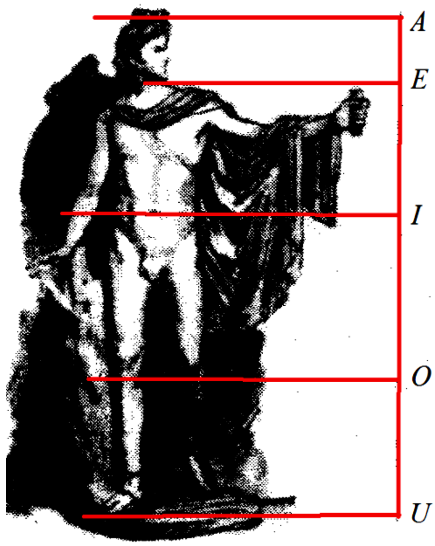
Ајфеловата кула во Париз

Во претходните разгледувања рековме дека пропорцијата на златен пресек, која уште се нарекува и божествена пропорција се јавува и во уметноста и во природата.

Така, на пример, познатото ремек дело Мона Лиза на Леонардо да Винчи (види слика) во основата на својата конструкција го има тенкиот златен триаголник.

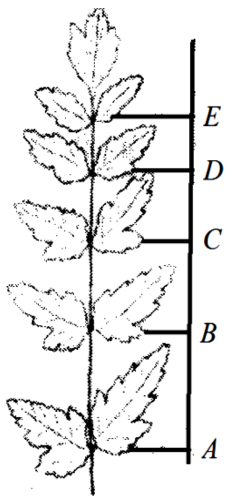
Друг карактеристичен пример од уметноста е кипот на Аполон, кој се смета за симбол на убавина на машкото тело, а чии пропорции се поврзани со златниот пресек. Имено, линијата I ја дели целата фигура на Аполон на два дела за кои важи $\overline{AU}:\overline{UI}=\overline{UI}:\overline{AI}$, т.е. повторно имаме поделба според правилото на златниот пресек, која поделба ја имаме и со линијата O која ја означува поделбата на нозете кај колената (види слика). Вакви и слични примери можат да се видат и во делата на многу други уметници, од кои како што рековме се делата на Фидиј Тициј.





Рековме дека златниот пресек често пати се јавува и во природата. Имено, кај растенијата може да се забележи поделба според златен пресек. Навистина, ако земеме едно гранче можеме да забележиме дека кај три последователни парови листови средниот пар го дели растојанието меѓу крајните два пара во златен пресек, односно

$$\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{AB}:\overline{BC};\quad \overline{BD}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CD};\quad \overline{CE}:\overline{CD}=\overline{CD}:\overline{DE}.$$



Кога сме кај распоредот на листовите на растенијата, да забележиме дека лај некои растенија тој е поврзан со низата на Фибоначиеви броеви, со која непосредно е поврзан и златниот пресек, но за тоа ќе говориме во некоја друга пригода.

Литература

1. C. Falbo, The golden ratio-a contrary viewpoint, The College Mathematics Journal, 36, No.2, 123-134, 2005
2. H. S. M. Coxeter, Introduction to Geometry, John Wiley & Sons, New York, NY, 1969
3. M. Livio, The Golden ratio, Broadway Books, New York, NY, 2002
4. N. J. Rose, The golden mean and Fibonacci numbers, 2004
5. Р. Малчески, А. Малчески, За златниот пресек, Нумерус Vol. XXI, No. 1, Скопје, 1995