Ристо Малчески
Скопје

ЕДНА ЗАДАЧА, ПОВЕЌЕ НАЧИНИ НА РЕШАВАЊЕ

Во оваа работа ќе дадеме повеќе начини за решавање на следната добро позната задача.

Дешифрирајте го равенството

(1) $$\overline{FORTY}+\overline{TEN}+\overline{TEN}=\overline{SIXTY}$$

т.е. заменете ги буквите со цифри, различни букви со различни цифри, така да ова собирање биде точно.

Пред да преминеме на решавање на поставената задача да забележиме дека равенството (1) всушност е записот на равенството 40+10+10=60 на англиски јазик. Заради подобра прегледност, даденото собирање ќе го запишеме на следниот начин

(2) $$\begin{array}{r} forty \\ ten \\ +\quad ten \\ \hline sixty \end{array}$$

I начин. *i*) Од (2) следува дека во последната колона мора да биде $y+n+n<10$, бидејќи во спротивно во претпоследната колона ќе добиеме или $t+e+e+1=t$ или $t+e+e+1=10+t$ т.е. или $2e=-1$ или $2e=9$, а ниту едното ниту другото не е можно. Според тоа, $y+n+n=y$, од што следува дека $n=0$. Понатаму, не може да биде $t+e+e=t$ бидејќи тоа би значело дека $e=0=n$, што противречи на условот на задачата. Значи, $t+e+e=t+10$ од што следува $e=5$.

***ii*)** Мора да биде $r+t+t+1\geq 10$, бидејќи втората цифра од лево во збирот е i, а не е o. Според тоа, збирот $o+1$ или $o+2$, (заради можноста $r+t+t+1\geq 20$), е исто така е поголем од 10, бидејќи првата цифра од лево во збирот е s, а не е f. Ако $o<8$, тогаш $o+1<10$ и $o+2<10$, што не е можно. Ако $o=8$, тогаш $o+1<10$ и $o+2=10$, па затоа $i=0=n$, што не е можно. Значи, единствено останува можноста $o=9$.

***iii*)** Ако $10\leq r+t+t+1<20$, тогаш $o+1=9+1=10$, па затоа $i=0=n$, што не е можно. Значи, мора да е $r+t+t+1>20$, па е $o+2=9+2=11$, т.е. $i=1$.

***iv*)** Јасно, $r+t+t+1\neq 20$, бидејќи во спротивно ќе имаме $x=0=n$, што не е можно. Исто така, $r+t+t+1\neq 21$ бидејќи во спротивно добиваме $x=1=i$, што повторно не е можно. Бидејќи цифрата 9 веќе е "зафатена" добиваме дека најголемата вредност на изразот $r+t+t+1$ е 24 и тоа за $t=8$ и $r=7$. Значи, збирот $r+t+t+1$ може да биде еднаков на 22, 23 или 24.

Нека $r+2t=21$. Ако $t=6$, тогаш $r=9=o$, што не е можно. Ако $t=7$, тогаш $r=7=t$, што повторно не е можно. Ако $t=8$, тогаш $r=5=e$, што не е можно. Значи, $r+2t\neq 21$.

Ако $r+2t=22$, тогаш можни се два случаи $t=7, r=8$ или $t=8, r=6$. Сега добиваме дека $x=3$ и како $f+1=s$, добиваме дека f и s се две последователни цифри. Меѓутоа за $r+2t=22$ веќе се "зафатени" цифрите 0,1,3,5,7,8,9 или 0,1,3,5,6,8,9, па и во двата случаи не е можно f и s да се две последователни цифри. Значи $r+2t\neq 22$.

И така, останува $r+2t=23$. Притоа единствена можност е $t=8, r=7$. Во овој случај $x=4$, па "зафтени" се цифрите 0,1,4,5,7,8,9. Така за f и s единствен можен пар вредности се 2 и 3, соодветно. Преостанатата цифра е 6 и таа ќе биде на местото на y.

***v*)** Ако најдените вредности ги замениме во (1) добиваме

29786+850+850=31486.

II начин. *i*) Во собирањето (2) во колоната на единиците збирот $y+n+n$ има цифра на единици y па затоа или $n+n=0$ или $n+n=10$, т.е. или $n=0$ или $n=5$.

***ii*)** Тогаш во колоната на десетките збирот $t+e+e$ или $t+e+e+1$ завршува на цифрата t. Ова е можно ако $2e=0$ или 10, или ако $2e+1=0$ или 10. Последното не е можно, бидејќи $2e\neq -1$ и $2e\neq 9$. Според тоа, $n=0$ и $e=5$.

***iii*)** Во колоната на десетилјадите како собирок се јавува само f а збирот е s. Значи, од колоната на илјади мора да се добие една единица која се пренесува, т.е. $f+1=s$.

***iv*)** Во колоната на илјадите цифрата o преминува во цифрата i. Бидејќи $n=0$, мора да е $i\neq 0$, па затоа $i=1$. Но, тоа е можно само ако $o=9$ и од колоната на стотките на колоната на илјадите се пренесува цифрата 2. Не може да биде $i=2$, бидејќи и во случај кога $o=9$ при собирањето во колоната на стотките треба да се памти 3 за пренос, што е причина и зошто не може да е $o=8$. Значи, $o=9$ и $i=1$.

Така, од досегашните разгледувања имаме

$$\begin{array}{r} f9rty \\ t50 \\ +\quad t50 \\ \hline s1xty \end{array}$$

и $f+1=s$.

***iv*)** Во колоната на стотките важи $r+t+t+1=20+x$, каде $x\geq 2$, бидејќи цифрите 0 и 1 се веќе зафатени. За r,t и x преостануваат цифрите 2,3,4,6,7,8.

За $t \le 6$ равенството $r + 2t + 1 = 20 + x$ не е можно, бидејќи за $t = 6, \quad r = 8$ (најголемата можна вредност за r) имаме $r + 2t + 1 = 21 < 22 \le 20 + x$. Според тоа, $t = 7$ или 8.

***v*)** Ако $t = 7$, тогаш равенството $r + 2t + 1 = 20 + x$ ќе важи само за $r = 8$ и $x = 3$. Ако $t = 8$, тогаш равенството $r + 2t + 1 = 20 + x$ ќе важи за $r = 6, x = 3$ или $r = 7, x = 4$.

***vi*)** Да ја составиме таблицата на добиенитерезултати.

	f	*o*	*r*	*t*	*y*	*e*	*n*	*s*	*i*	*x*
(1)		9	8	7		5	0		1	3
(2)		9	6	8		5	0		1	3
(3)		9	7	8		5	0		1	4

при што $f + 1 = s$. За f, y, s преостанати се цифрите:

-во случајот (1): 2,4,6,

-во случајот (2): 2,4,7, и

-во случајот (3): 2,3,6.

Бидејќи $f + 1 = s$, т.е. f и s можен е само третиот случај и притоа имаме $f = 2, s = 3, y = 6$. Но, тогаш $t = 8, r = 7, x = 4$. Ако ги замениме најдените вредности добиваме

29786+850+850=31486.

III начин. Бидејќи двете последни цифри во првиот собирок и збирот се поклопуваат, заклучуваме дека бројот $\overline{ten} + \overline{ten}$ мора да завршува на две нули, а тоа е можно само ако $\overline{en} = 50$, т.е $n = 0$ и $e = 5$. Можноста $\overline{ten} = \overline{t00}$ отпаѓа бидејќи различните букви означуваат различни цифри.

Од третата колона (колоната на стотките) во четвртата колона (колоната на илјадитите) преминуваат најмногу две единици, бидејќи бројот на собирците е три. Притоа бројот во четвртата колона мора да е поголем од 10, бидејќи единица се пренесува во колоната на десетилјадите, а цифрата 0 веќе е зафатена. Според тоа, $o = 9$ и $i = 1$. Но, за да може две единици да се пренесат од третата во четвртата колона, мора $r + 2t + 1 > 21$, (единица се пренесува од втората колона, бидејќи $2e = 10$, а освен тоа, цифрите 0 и 1 се веќе зафатени). Затоа, $t > 6$. Ако $t = 7$, тогаш $r = 8$ и $x = 3$. Но, тогаш равенството $f + 1 = s$ не е можно, бидејќи не се преостанати две последователни цифри. Значи, $t = 8, r = 7, x = 4, f = 2, s = 3$ и $y = 6$, (тоа е единствената преостаната цифра). За $r = 6$, повторно се добива $x = 3$, што веќе видовме дека не е можно бидејќи не ни преостануваат две соседни цифри.

Конечно, имаме

29786+850+850=31486.

IV начин. Лесно се констатира дека $n=0$ и $e=5$, (види ги претходните три начини на решавање). Сега $i\neq 0$, а за $i=2$ дури и при $o=9$ во колоната на стотките треба да памтиме три, што не е можно, па затоа $i=1$. Но, тогаш $o=9$ па од досега изнесеното имаме

$$\begin{array}{rr} & f9rty \\ & t50 \\ + & t50 \\ \hline & s1xty \end{array}$$

Одма е јасно дека мора да биде $f+1=s$, при што од колоната на стотките мора да се памти два.

Но за $f=7$ и $s=8$ збирот во колоната на стотките би бил најмногу 4+6+6+1=17<20, па тој случај отпаѓа. За $f=6$ и $s=7$ во колоната на стотките може да се добие или 8+8+4+1=21 или 8+8+3+1=20, но тогаш или $x=1$ или $x=0$ што повторно не е можно.

Исто така, лесно се проверува дека за $f=3$ и $s=4$ во сите случаи x се поклопува со една од цифрите: s, f, i, n.

Само за $f=2, s=3$ и $r=7, t=8$ се добива вредност за x која не се поклопува со останатите цифри, а тоа е $x=4$. Според тоа, $y=6$, па конечно единствено решение е

29786+850+850=31486.

Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус на СММ