Милка Галевска
Битола

ЕДНО ВООПШТУВАЊЕ НА БРОЕВИТЕ ОД ЕГИПЕТСКИОТ ТРИАГОЛНИК

Триаголникот чиишто страни за мерни броеви ја имаат тројката природни броеви (3, 4 и 5) е познат како Египетски триаголник и за него важи Питагоровата теорема, односно равенството:

$$3^2+4^2=5^2, \qquad (1)$$

Лесно се проверува вистинитоста и на равенството

$$33^2+44^2=55^2. \qquad \text{(Провери!)}$$

Исто така се вистинити и равенствата:

$$333^2+444^2=555^2$$

$$3333^2+4444^2=5555^2$$

$$(\underbrace{333\ldots\ldots3}_{n \text{ тројки}})^2+(\underbrace{4444\ldots\ldots4}_{n \text{ четворки}})^2=(\underbrace{555\ldots\ldots5}_{n \text{ петки}})^2 \qquad (2)$$

Јасно е дека проверката на овие равенки со директно квадрирање е сè потешка колку што се зголемува подеднакво бројот на цифрите во сите три броеви, односно кога броевите имаат по n еднакви цифри.

Се поставува прашањето како тогаш ќе се провери вистинитоста на равенството (2)?

Секој природен број со еднакви цифри, како на пример бројот $x=\overline{\underbrace{aaa\ldots\ldots a}_{n \text{ пати}}}$, може да се напише,

$$x=a\cdot\underbrace{111\ldots\ldots1}_{n \text{ единици}} \qquad (3)$$

Ако равенството (1) го помножиме со бројот $(111\ldots\ldots1)^2$ се добива:

единици

$$3^2\cdot(\underbrace{111\ldots\ldots1}_{n \text{ единици}})^2+4^2\cdot(\underbrace{111\ldots\ldots1}_{n \text{ единици}})^2=5^2\cdot(\underbrace{111\ldots\ldots1}_{n \text{ единици}})^2.$$

$$(3\cdot\underbrace{111\ldots\ldots1}_{n\text{ единици}})^2+(4\cdot\underbrace{111\ldots\ldots1}_{n\text{ единици}})^2 = 5\cdot(\underbrace{111\ldots\ldots1}_{n\text{ единици}})^2$$

$(\underbrace{333\ldots\ldots3}_{n\text{ тројки}})^2+(\underbrace{444\ldots\ldots4}_{n\text{ четворки}})^2 = (\underbrace{555\ldots\ldots5}_{n\text{ петки}})^2$, со што се докажува равенството (2).

Ако равенството (1) го помножиме со квадратот на било кој природен број x, се добива:

$$3^2+4^2 = 5^2 /\cdot x^2$$

$$3^2x^2+4^2x^2 = 5^2x^2$$

$$(3x)^2+(4x)^2 = (5x)^2 \qquad (4)$$

Користејќи го равенството (4) лесно можат да се проверат и равенствата:

$$303^2+404^2 = 505^2$$

$$3003^2+4004^2 = 5005^2$$

$$30303^2+40404^2 = 50505^2 \text{ итн.}$$

Исто така лесно се проверуваат и равенствата:

$$93^2+124^2 = 155^2$$

$$933^2+1244^2 = 1555^2$$

$$9333^2+12444^2 = 15555^2$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \text{(провери!)}$$

Користејќи ги броевите $3x$, $4x$ и $5x$ и равенството (4) може да се добијат најразлични комбинации на Питагорини тројки броеви коишто претставуваат воопштување на броевите од Египетскиот триаголник.

Пример: $21^2+28^2 = 35^2$

$$2121^2+2828^2 = 3535^2$$

$$212121^2+282828^2 = 353535^2$$

Аналогно на претходниот пример може да се проверат и равенствата во броевите 27, 36 и 45 односно $2727^2+3636^2 = 4545^2$ или со тројката броеви 36, 48 и 60 односно равенството

$$3636^2+4848^2 = 6060^2 \quad \text{итн.}$$

Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус