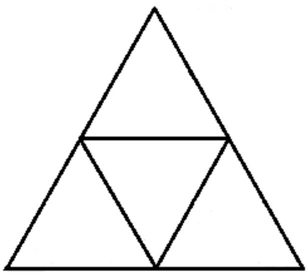
Ристо Малчески

ПОКРИВАЊЕ НА РАМНОСТРАН ТРИАГОЛНИК СО РАМНОСТРАНИ ТРИАГОЛНИЦИ

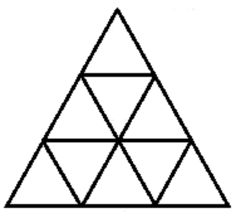
Покривањето на дадена површина со однапред зададени фигури е дел од комбинаториката. Стандардни задачи од овој вид се задачите за покривање на квадратни и правоаголни мрежи со домина, тримина, тетрамина итн. Притоа, под покривање на дадена површина се подразбира нејзино целосно покривање со дадените фигури, при што истите не смее да се преклопуваат и да излегуваат надвор од границите на дадената површина. Во нашите разгледувања ќе се осврнеме на еден проблем, кој на извесен начин е обопштување на задачите за покривање. Имено, ќе ја решиме следнава задача:

На колку рамнострани триаголници може да се расече рамностран триаголник.

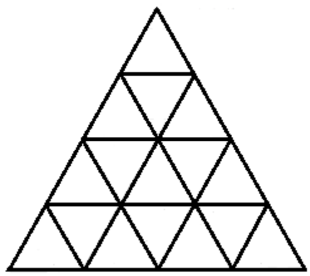
Решение. Нека претпоставиме дека триаголникот треба да се расече на еднакви триаголници. Тогаш триаголникот можеме да го расечеме на $4,9,...,k^2,...$ делови. Навистина, ако секоја од страните ја поделиме на $2,3,...,n,...$ делови и во делбените точки повлечеме прави паралелни на страните на дадениот триаголник, тогаш добиваме



Цртеж 1



Цртеж 2



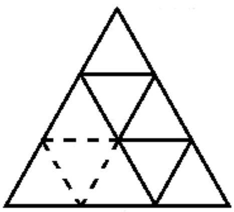
Цртеж 3

$$1+3=4,$$
$$1+3+5=9,$$
$$1+3+5+7=16,$$
$$..........................$$
$$1+3+5+...+(2k-1)=k^2,$$
$$..$$

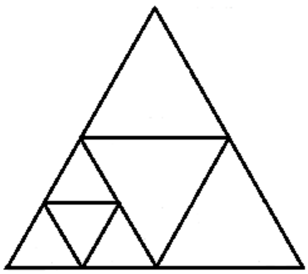
делови (за $k=2,3,4$ види ги цртежите 1, 2 и 3).

Нека сега триаголникот треба да се расече на k триаголници кои не мора да бидат сладни. Можни се следниве случаи:

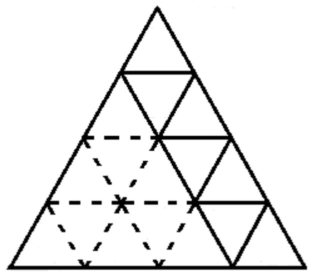
- За $n=1$, тоа е дадениот триаголник.
- За $n=2$ не е можно да се изврши бараното расекување (зошто?).
- За $n=3$ исто така не е можно да се изврши бараното расекување (зошто?).
- За $n=4$ решението е дадено на цртеж 1.
- За $n=5$ не е можно да се изврши бараното расекување (зошто?).
- Нека $n=6$. Решението ќе го добиеме со помош на цртеж 2. Имено, ако ги споиме четирите мали триаголници на долната лева страна, тогаш го добиваме цртежот 4, на кој имаме 6 рамнострани триаголници и тоа: 5 мали и 1 голем триаголник.



Цртеж 4



Цртеж 5

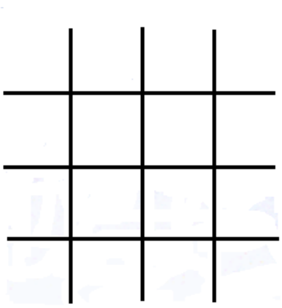


Цртеж 6

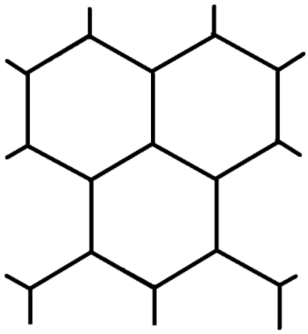
- Нека $n=7$. Решението ќе го добиеме со помош на цртеж 1. Имено, ако долниот лев триаголник го поделиме на 4 помали триаголници, тогаш бројот на триаголниците се зголемува за 3, т.е. добиваме 7 рамнострани триаголници: 4 мали и 3 големи (цртеж 5).
- Нека $n=8$. Решението ќе го добиеме со помош на цртеж 3. Имено, ако ги споиме деветте мали триаголници на долната лева страна, тогаш го добиваме цртежот 6, на кој имаме 8 рамнострани триаголници и тоа: 7 мали и 1 голем триаголник.
- Ако $n=6+3k, k=1,2,...$, тогаш решението се добива од цртеж 4, при што последователно k пати делиме по еден од постојните триаголници на 4 помали триаголници. Притоа, со секоја поделба бројот на триаголниците се зголемува за 3, па така добиваме $6+3k$ триаголници.
- Ако $n=7+3k, k=1,2,...$, тогаш решението се добива од цртеж 5, при што последователно k пати делиме по еден од постојните триаголници на 4 помали триаголници. Притоа, со секоја поделба бројот на триаголниците се зголемува за 3, па така добиваме $7+3k$ триаголници.

- Ако $n=8+3k, k=1,2,...$, тогаш решението се добива од цртеж 6, при што последователно k пати делиме по еден од постојните триаголници на 4 помали триаголници. Притоа, со секоја поделба бројот на триаголниците се зголемува за 3, па така добиваме $8+3k$ триаголници.

Конечно, рамностран триаголник може да се расече на n рамнострани триаголници, каде
$n\in\{1,4\}\cup\{6+3k\,|\,k=0,1,2,...\}\cup\{7+3k\,|\,k=0,1,2,...\}\cup\{8+3k\,|\,k=0,1,2,...\}$,
т.е. $n\in\mathbf{N}\setminus\{2,3,5\}$. ■



Цртеж 7



Цртеж 8

Познато е дека, со помош на еден правилен многуаголник паркетирањето на рамнината може да се реализира само ако многуаголникот е рамностран триаголник, квадрат или правилен шестаголник (види цртеж 7 и 8). Оттука следува дека, освен расекувањето на рамностраниот триаголник на рамнострани триаголници, има смисла да го разгледуваме расекувањето на квадратот на квадрати и расекувањето на правилниот шестаголник на правилни шестаголници. Меѓутоа, расекувањето на правилен шестаголник на правилни шестаголници не е можно (зошто?), па затоа останува само да се разгледа расекувањето на квадрат на квадрати, т.е. да се реши задачата:

На колку квадрати може да се расече квадрат.

Одговорот на поставеното прашање е: квадрат може да се расече на n квадрати, каде $n\in\mathbf{N}\setminus\{2,3,5\}$, а постапката за наоѓање на истиот е идентична како и во случајот со рамностраниот триаголник.

Литература

1. **Малчески, Р.** (2001). Паркетирания и приложения, Математика +, София
2. **Малчески, Р.** (2015). “А това е лесно” – алгоритьм за решаване задачи за преливане, Математика+, София

Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус на СММ