Статијата прв пат е објавена во списанието ТАНГЕНТА
на ДМ на Србија во 2000/01 година

ЂИРОЛАМО КАРДАНО
(24. 9. 1501 – 21. 9. 1576.)

Ратко Тошић, Нови Сад

Шеснаести век је век препорода европске математике. Из арапских књига Европљани су добијали информације о математици Истока и античкој грчкој математици. Ширењу математике у Европи значајно су допринели трговци чија су путовања била најбољи начин за добијање и ширење информација. Три века, почев од Фибоначија, за европске математичаре представљали су период учења. Тек у 16. веку су европски математичари по први пут дошли до принципијелно нових резултата који нису били познати ни Грцима ни Арапима. Ти први оригинални резултати грчких математичара односили су се на решавање једначина трећег и четвртог степена, а садржани су у књизи Ђиролама Кардана "Ars Magna" (Велика Вештина), која се појавила 1545. године. Појава те књиге означила је рађање модерне алгебре.

Северна Италија 16. века била је алгебарска земља. Књига Луке Пачолија (1445 – 1514) "Сума аритметике" (1494. године) једна је од првих штампаних математичких књига. У њој се на једном месту каже да за решавање кубних једначина није нађен начин, као што није ни за квадратуру круга. Ауторитет Луке Пачолија је био такав, да су тадашњи математичари били уверени да не постоји поступак за решавање кубних једначина у општем случају. Међутим, у Италији су се нашли људи које није поколебало мишљење Луке Пачолија.

Током последња два века, с времена на време распламсава се полемика међу историчарима математике, по питању ауторства формуле за решавање кубне једначине. Без обзира што су у те контраверзе уплетена имена више италијанских математичара, као што су Луиђи Ферари, Сципион дел Феро, Николо Тарталља, чињеница је да је поступак за решавање једначина трећег и четвртог степена први пут објављен у књизи "Ars Magna", и да је, изражен савременом симболиком, познат под именом *Карданова формула*.

Користећи савремени математички језик и симболику, Карданове формуле могу се добити на следећи елементаран начин.

Дата је једначина трећег степена у општем облику

$$ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0. \tag{1}$$

Ако ставимо

$$x = y - \frac{b}{a},$$

једначина (1) се своди на облик

$$y^3 + 3py + 2q = 0, \tag{2}$$

где је

$$p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{a^2}, \quad 2q = 2\frac{b^3}{a^3} - 3\frac{bc}{a^2} + \frac{d}{a}.$$

Уводећи нову непознату u помоћу једнакости

$$y = u - \frac{p}{u},$$

и уносећи тај израз у (2), добијамо

$$(u^3)^2 + 2qu^3 - p^3 = 0, \tag{3}$$

одакле се добија

$$u^3 = -q \pm \sqrt{q^2 + p^3}.$$

Према томе,

$$y = \sqrt[3]{-q \pm \sqrt{q^2 + p^3}} - \frac{p}{\sqrt[3]{-q \pm \sqrt{q^2 + p^3}}}.$$

Ако се бројилац и именилац другог сабирка помноже са

$$\sqrt[3]{-q \mp \sqrt{q^2 + p^3}},$$

имајући у виду да је израз за u симетричан у односу на знаке "+" и "−", коначно се добија

$$y = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}}.$$

(Производ кубних корена у последњем изразу једнак је p.) То и јесте чувена Карданова формула.

Дакле, врло једноставном заменом, кубна једначина (2) се своди на квадратну једначину (3) по непознатој u^3. Лодовико Ферари је врло брзо, упознавши Тарталин метод, пронашао могућност да општу једначину четвртог степена сведе на неку кубну једначину. Нека је

$$ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0 \tag{4}$$

општа једначина четвртог степена. Сменом

$$x = y - \frac{b}{a},$$

та једначина се своди на облик

$$y^4 + 2py^2 + 2qy + r = 0, \tag{5}$$

где су p, q, r неки коефицијенти који зависе од a, b, c, d, e. Лако се види да се та једначина може записати у облику

$$(y^2 + p + t)^2 = 2ty^2 - 2qy + t^2 + 2pt + p^2 - r. \tag{6}$$

Заиста, довољно је извршити квадрирање на левој страни; сви чланови који садрже t узајамно се потиру, и добија се једначина (5).

Изаберимо параметар t тако да десна страна једначине (6) буде потпун квадрат у односу на y. Као што је познато, потребан и довољан услов за то је да је детерминанта квадратног тринома (по промењљивој y) на десној страни – једнака нули:

$$q^2 - 2t(t^2 + 2pt + p^2 - r) = 0. \tag{7}$$

На тај начин добијамо кубну једначину коју знамо да решимо. Нађимо било који њен корен и унесимо у једначину (6), која сада добија облик

$$(y^2 + p + t)^2 = 2t(y - \frac{q}{2t}^2),$$

одакле је

$$y^2 \mp \sqrt{2t}y + p + t \pm \frac{q}{\sqrt{2t}} = 0.$$

Добили смо квадратну једначину, чијим решавањем добијамо корене једначине (5); према томе, и корене једначине (4).

Ђироламо Кардано рођен је 24. септембра 1501. године у Павији, као ванбрачно дете правника и лекара Фациа Кардана, човека широких интересовања. Сам Ђироламо Кардано био је један од најпознатијих лекара свога времена. Тражен је по целој Европи, позиван је у Рим, Лион, Данску и Шведску. Између осталих лечио је шкотског надбискупа, а одбио је понуду да буде дворски лекар енглеског краља. Међутим, медицина није била једина његова преокупација. Поред осталог бавио се састављањем хороскопа живих и мртвих. Између осталих саставио је хороскопе Христа, Петрарке, Дирера, Лутера и енглеског краља Едварда VII. Са овим последњим није имао среће. При повратку из Единбурга, где је излечио шкотског надбискупа, искористио је боравак у Лондону да би саставио хороскоп за младог енглеског краља Едварда VII, који је тада имао тек 16 година. Краљ је био веома задовољан хороскопом који му је предвиђао веома дуг живот. Кардано још није ни стигао у Италију кад је сазнао новост да је Едвард VII умро. Међутим, човек који се није уплашио имагинарних бројева, није се дао збунити. Позвао се на тривијалну грешку у рачуну и одмах саставио нови хороскоп, према коме је смрт младог краља наступила у једином правом тренутку.

На научном плану био је енциклопедиста усамљеник, што је карактеристично за доба Ренесансе. Веровао је у чуда, предосећања, демоне и своје натприродне моћи.

Кардану треба одати признање што се први од математичара храбро ухватио у коштац са имагинарним бројевима и, мада недовољно јасно, увидео њихову улогу. Кардано се бавио и експерименталним истраживањима и конструкцијама практичних механизама. Кад је, 1541. године, шпански краљ Карло V тријумфално ушао у Милано, возио се у кочији снабдевеној уређејем који је омогућавао да кола увек задрже хоризонталан положај, без обзира на неравнине пута. Тај механизам конструисао је Кардано, а и данас је, у усавршеном облику, познат као кардан (кардански пренос, карданска осовина). Истине ради, треба напоменути да је принцип рада тога механизма био познат и раније; у "Атлантском кодексу" Леонарда да Винчија налази се цртеж бродског компаса са карданским вешањем.

Само опис његових књига чини садржај обимне књиге "О мојим делима". Књига "О утехи" преведена на енглески језик, имала је утицаја на Шекспира.

Неки шекспиролози тврде да Хамлет изговара монолог "Бити или не бити..." са том књигом у руци.

По сопственим речима, страћио је много времена играјући шах и хазардне игре. Међутим, као колатерални производ те његове страсти, појавила се "Књига о игри коцком", кaја је садржала зачетке теорије вероватноће. Књига је написана 1526. године, а штампана тек 1663.

Карданов живот није био лак. Један од његових синова, лекар Ђанбатиста, у кога је отац полагао велике наде, био је крхког здравља. Жена га је варала све док јој једног дана није дао да поједе неки колач. Осуђен је на смрт. Другоме сину је такође суђено због разбојништва; опљачкао је рођеног оца. Кад је допао тамнице, осветио се тако што је у писму Светом савету (инквизицији) оптужио свога оца. Кардано је допао тамнице, а имовина му је била конфискована. Разлог хапшења никад није у потпуности разјашњен, али се претпоставља да је у вези са садржајем неких његових књига. Осим хороскопа Исуса Христа, могуће је да је узрок било и његово неприхватање догме о бесмртности душе.

Кардано је написао огроман број књига. Неке од њих су објављене за његовог живота, неке тек после његове смрти. Рукописе преко 120 књига спалио је, очекујући хапшење. Срећом, "Ars Magna" није била међу спаљеним књигама.

Ипак, живот је завршио у Риму, као "частан човек" (како сам каже у својој последњој књизи), који је добијао скромну пензију од папе.

Тек у 19. веку, математичари су одали дужно признање Кардану за његове значајне резултате. Познати историчар математике, Мориц Кантор, високо је ценио допринос Кардана, иако није имао високо мишљење о његовим људским квалитетима. Укратко, по његовим речима, Кардано је "геније, али не карактер". Можда је најбоље Кардана окарактерисао Лајбниц: "Био је велики човек уз све своје недостатке; без њих би био савршен".

У току последње године живота писао је књигу "Мој живот". Из ње сазнајемо за многе детаље из његовог нимало лаког живота. Имао је само месец дана кад је оболео од богиња. Излечили су га купањем у сирћету. У осмој години боловао је од дизентерије. Као деветогодишњак скотрљао се низ степенице, управо у тренутку кад је у рукама држао велики чекић који му је при паду сломио чеону кост. Мало касније док је мирно седео на прагу куће, са крова је пао цреп право на његову главу. У осамнаестој години оболео је од куге. Два пута га је ујео пас, а два пута је мало недостајало да се удави, једанпут у Венецији, други пут и језеру Гарда. Био је средњег раста, уског грудног коша, кратких и дебелих ногу, расцепљене браде, несиметричних руку. Доња усна му је била оклембешена, очи ситне, имао је округлу израслину на доњем делу врата, а глава му се позади сужавала у облику мале лопте. Једино што је у том телу беспрекорно функционисало, био је мозак. На једном месту у књизи каже: "Неколико пута био сам обузет жељом да се убијем; мислим да се то дешава и другима, иако они о томе не говоре у својим књигама."

Последњи запис у књизи датиран је 28. августа 1576. године, а 21. септембра исте године је умро. Постоје и претпоставке да је извршио самоубиство, да би потврдио сопствени хороскоп, према коме је требало да живи 75 година.

У закључном делу књиге говори о натприродним случајевима, својим научним достигнућима, и набраја своје књиге. Неколико страница заузимају изреке којима се треба руководити у животу. Наводимо само једну: "Зло треба лечити добром, а не злом."

Ни данас, 450 година после описаних догађаја, не можемо са потпуном увереношћу да кажемо колике су чије заслуге у погледу открића поступка за решавање алгебарских једначина трећег и четвртог степена. Међутим, с пуним правом може се говорити о значајним достигнућима италијанске алгебарске школе у целини, чији су најзначајнији представници, поред Тартаље и Кардана, још и дел Феро, Ферари, а касније и Р. Бомбели. Сви они заједно исписали су нову страницу у развоју математике. Тек 1826. године је норвешки математичар Н. Х. Абел (1802 – 1829) доказао немогућност решења опште једначине петог степена кореновањем, да би Е. Галоа (1811 – 1832) дефинитивно скинуо са дневног реда проблем решавања кореновањем једначина степена већег од 4.