Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус

М-р. Шефкет Арсланагиќ
Требиње

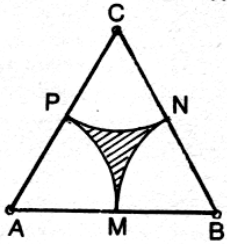
НЕКОИ ЗАНИМЛИВОСТИ ОД ГЕОМЕТРИЈА

Во овој напис ќе се занимаваме со пресметувањето на плоштина и периметар кај некои некои несекојдневни геометриски ликови што се образуваат од делови на кружници, при што ќе ги користиме формулите за должина на кружен лак и плоштина на круг:

$$l=\frac{r\pi\alpha}{180} \text{ и } P=\frac{r^2\pi\alpha}{360}\left(=\frac{lr}{2}\right),$$

како и формулите за пресметување на рамнинските ликови од кои се образуваат фигурите. Во нашите случаи тоа се формули за пресметување на плоштината на рамностран триаголник и плоштина на квадрат.

Пример 1. Нека ABC е рамностран триаголник со страна a. Определи ги плоштината и периметарот на криволинискиот триаголник даден со црт. 1.



црт. 1.

Решение: Да ја определиме плоштината P_1 на кружниот исечок AMP

$$P_1=\frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi\cdot 60^0}{360^0}=\frac{a^2\pi}{24}.$$

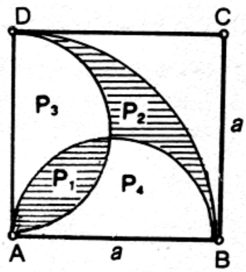
Плоштината на криволинискиот триаголник MNP е:

$$P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}-3\cdot\frac{a^2\pi}{24}=\frac{a^2}{8}\cdot(2\sqrt{3}-\pi),$$

а неговиот периметар

$$L=3\cdot\frac{\frac{a}{2}\cdot\pi\cdot 60}{180}=\frac{a\pi}{2}$$

Пример 2. Да се докаже дека плоштините P_1 и P_2 на двата исенчени делови од цртежот 2 помеѓу себе се еднакви.



црт. 2

Решение: Со P_1, P_2, P_3 и P_4 да ги означиме плоштините на соодветните ликови, како што е покажано на црт. 2.. Според цртежов имаме:

$$P_1+P_2+P_3+P_4=\frac{1}{4}\cdot a^2\pi \text{ и } P_3=P_4=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi-P_1,$$

па

$$P_1+P_2+2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2-P_1\right)=\frac{1}{4}\cdot a^2\pi,$$

$$P_1 + P_2 + \frac{1}{4} \cdot a^2\pi - 2P_1 = \frac{1}{4} \cdot a^2\pi,$$

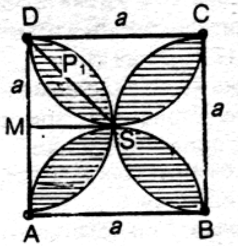
$P_1 - P_2 = 0, \quad P_1 = P_2,$ што требаше да се докаже.

За периметрите на фигурите со плоштини P_1 и P_2 имаме:

$$L_1 = \frac{1}{2} \cdot a\pi,$$

$$L_2 = \frac{1}{2} \cdot a\pi + \frac{1}{4} \cdot 2a\pi = a\pi,$$

односно $L_2 = 2L_1$.



црт. 3.

Пример 3. Да ги пресметаме плоштината и периметарот на „четирилисната ружа“ дадена на црт. 3., ако страната на квадратот има должина a.

Решение: За периметар на ружата очигледно имаме: $L = 4 \cdot \frac{1}{2} a\pi = 2a\pi.$

За плоштината P_1 на половината од еден „лист“ од ружата, разгледувајќи го кружниот исечок MSD, добиваме

$$P_1 = \frac{\pi \cdot 90^0}{360^0} - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2\pi}{16} - \frac{a^2}{8} = \frac{a^2}{16} \cdot (\pi - 2).$$

Бидејќи бараната плоштина е $P = 8P_1$ имаме:

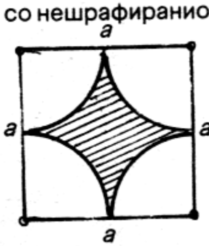
$$P = 8 \cdot \frac{a^2}{16} \cdot (\pi - 2) = \frac{a^2}{2} \cdot (\pi - 2).$$

На крајот на читателите им предлагаме да ги решат следните задачи:

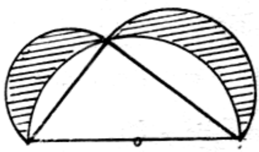
1. Кој дел од плоштината на квадратот зазема шрафираната фигура на црт. 4., ако страната на квадратот е долга $2cm$?

2. Над хипотенузата и над катетите од правоаголниот триаголник, на црт. 5., се конструирани и полукружници. Докажи дека збирот на плоштините на шрафираните делови (Хипократови месечини) е еднаков на плоштината на триаголникот.

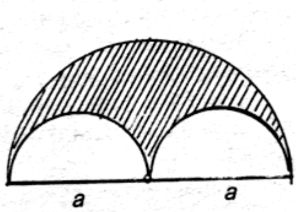
3. Докажи дека шрафираниот дел од црт. 6., има еднаква плоштина со нешрафираниот дел од истиот цртеж.



црт. 4.



црт.5.



црт.6.