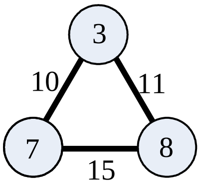
Алија Муминагиќ, Данска
Рената Сведрец, Хрватска

КОИ БРОЕВИ НЕДОСТАСУВААТ

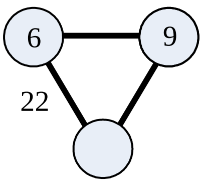
Во ова статија ќе решаваме малку невообичаени, но сепак интересни задачи.

Пример 1. Со разгледување на цртежот 1, лесно се заклучува следното: во кружинците нацртани во темињата на триаголникот се запишани цели позитивни броеви, а на страните на триаголникот се запишани збировите на два соседни броеви.

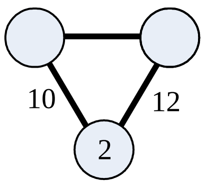


цртеж 1

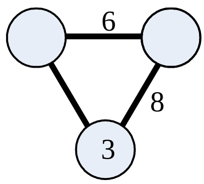
Задача 1. Применете го истото правило и решете ги задачите зададени на сликите 2,3 и 4.



цртеж 2



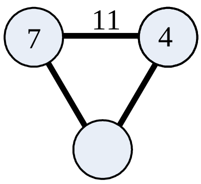
цртеж 3



цртеж 4

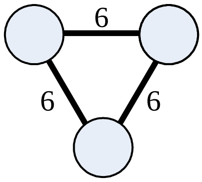
Веруваме дека задачата, т.е. проблемите успешно ги решивте. Можда некои од вас се запрашаа дали мора броевите во кружинците и на страните да бидат исклучиво цели и позитивни. Покажите на примери дали може да се користат негативни цели броеви и/или дропки.

Задача 2. Дали може да се реши задача со условите прикажани на цртеж 5?



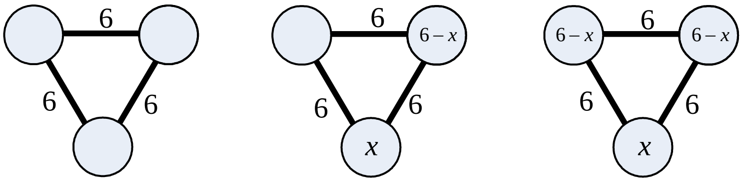
цртеж 5

Пример 2. Користејќи го правилото од претходниот пример, да се одредат броевите кои недостасуваат на цртежот 6.

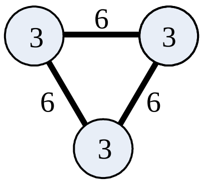


цртеж 6

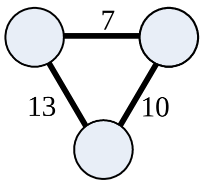
Решение.Да ја разгледаме низата од цртежи.



Бидејќи мора да е исполнет условот $(6-x)+(6-x)=6$, добиваме дека $x=3$, т.е. конечно решение на задачата е:

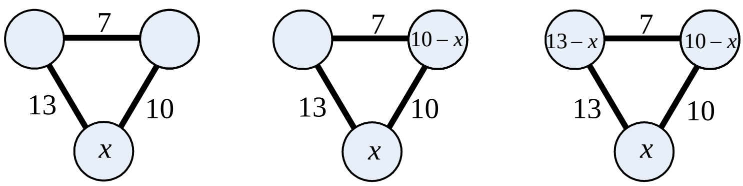


Пример 3. Користејќи го правилото од првиот пример, да се определат броевите кои недостасуваат на цртежот 7.

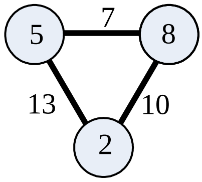


цртеж 7

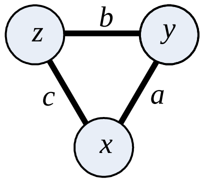
Решение. Постапуваме како во претходниот пример



Бидејќи мора да е исполнет условот $(13-x)+(10-x)=7$, заклучуваме дека $x=8$, па конечното решение на задачата е:



Обопштување (генерализација): Со ознаките како на цртеж 8, да се



цртеж 8

одредат броевите x, y и z (ако се зададени броевите a, b и c).

Према порано користеното правило заклучуваме дека е исполнето

$$x+y=a \tag{1}$$

$$y+z=b \tag{2}$$

$$z+x=c \tag{3}$$

Со собирање на равенките (1), (2) и (3) добиваме $2(x+y+z)=a+b+c$, т.е.

$$x+y+z=\frac{a+b+c}{2}. \tag{4}$$

Со одземање на равенството (1) од равенството (4) добиваме

$$(x+y+z)-(x+y)=\frac{a+b+c}{2}-a \text{, т.е. } \quad z=\frac{b+c-a}{2} \tag{5}$$

а со одземање на равенството (2) од равенството (4) добиваме

$$(x+y+z)-(y+z)=\frac{a+b+c}{2}-b \text{, т.е. } \quad x=\frac{a+c-b}{2} \tag{6}$$

и конечно

$$y=\frac{a+b-c}{2}. \tag{7}$$

Да забележиме дека со условите од примерот 3 ($a=10$, $b=7$, $c=13$) на основа на изразите (5), (6) и (7) добиваме дека

$$z=\frac{b+c-a}{2}=\frac{7+13-10}{2}=5$$

$$x=\frac{a+c-b}{2}=\frac{10+13-7}{2}=8$$

и

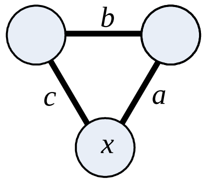
$$y = \frac{a+b-c}{2} = \frac{10+7-13}{2} = 2\ .$$

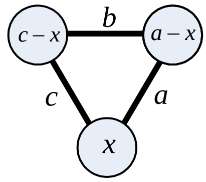
До резултатот од воопштувањето може да се дојде и на друг начин, на пример да го разгледаме цртежот кој следува, заедно со неговите ознаки.

Според тоа, добиваме

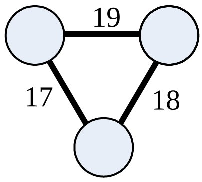
$$(c-x)+(a-x)=b\ ,$$

односно $2x = a+c-b$, т.е. $x = \frac{a+c-b}{2}$. На потполно ист начин се добиваат и равенствата (5) и (7).

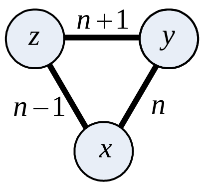




Задача 3. Користејќи го правилото од првиот пример, определи ги броевите кои недостасуваат на цртежот долу (забележете дека на страните на триаголникот се поставени три последователни природни броеви).



Задача 4. Користејќи го правилото од првиот пример, определете ги броевите x, y, z кои недостасуваат на цртежот 10.



Кој услов мора да го задоволува бројот n за да x, y и z се цели броеви? Дали во секој случај x, y и z се последователни броеви?

Статијата прв пат е објавена во списанието НУМЕРУС на СММ