Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус

ЈАНЕВ ИЛИЈА
СКОПЈЕ

ДВА + ТРИ = ПЕТ

Во последниот број од вашето омилено математичко списание "НУМЕРУС" X-1 на насловната страна, беше поставена една наградна задача. Секако, повеќето од вас се обиделе да најдат некое решение на оваа задача и сигурно успеале. Оние пак поупорните комбинатори сигурно нашле и повеќе решенија. Но дали некој од вас се запрашал колку решенија има оваа задача? Ќе речете многу! Да, многу, но колку многу? Пет, десет, педесет или можеби повеќе од сто?

Да ви помогнеме малку. До кои заклучоци се доаѓа на прв поглед? Очигледно е дека ако броевите се трицифрени, буквите Д, Т и П не можат да бидат нула. Зошто? Понатаму ако "случајно" откриете едно решение, бидете сигурни дека знаете уште три други, кои од првото решение се добиваат со "преместување" (пермутирање) вредностите на В со Р или А со И. На пример, од решението 541+362 = 903 следуваат решенијата 542+361 = 903, 561+342 = 903, 562+341 = 903. Затоа можете да барате "основни" решенија, при кое е В $<$ Р и А $<$ И, а потоа за секое такво решение ќе добиете уште три други - со горе споменатото преместување.

"Тежината" на задачата се состои во тоа што имаме дури осум различни букви - "непознати". Бидејќи буквата Т се јавува два пати, да ги започнеме комбинирањата токму со неа. Постојат осум можности за Т, т.е. $Т \in \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Буквата Т не смее да биде 0, бидејќи бројот ТРИ не би бил трицифрен и Т не може да биде 9, бидејќи тогаш збирот ПЕТ нема да биде трицифрен.

Прв случај: Т = 1.

Во овој случај постојат три потслучаи за вредностите А и И. (2+9=11; 3+8=11 и 4+7=11).

1. А = 2 и И = 9. (2+9 = 11) Задачата го добива обликот ДВ2+1Р9 = ПЕ1

Комбинациите ќе ги вршиме со давање вредности на буквите: В и Р (В $<$ Р), а за Е; Д и П ќе добиеме соодветни вредности.

а) Нека е В = 0, тогаш ќе имаме ваква ситуација:

ДО2-1Р9 = ПЕ1, т.е. сè уште имаме уште четири букви - четири "непознати". Можностите за буквите Р се: 3, 4, 5, 6 или 7. За секоја од овие вредности лесно ги наоѓаме првите решенија на нашата задача.

1. 302+159 = 461. Од ова следуваат и решенијата: 309+152 = 461; 352 + 109 = 461 и 359+102 = 461.

Покатаму ќе ги приведеме само основните решенија:

2. 302+169 = 471; 3. 302+179 = 481;
4. 402+169 = 571; 5. 402+179 = 581;
6. 502+139 = 641; 7. 502+179 = 681;
8. 602+139 = 741; 9. 602+149 = 751;
10. 702+139 = 841; 11. 702+149 = 851;
12. 702+159 = 861.

Досега има вкупно 12·4 = 48 решенија, и тоа само при претпоставките Т = 1, А = 2, И = 9 и В = 0.

До овој резултат можевме да дојдеме и по пат на решавање на равенки. Познато е дека секој трицифрен број може да се напише во обликот: $\overline{xyz} = 100x+10y+z$. Во нашиот случај, имајќи ги предвид горните претпоставки за буквите Т, А, И, В, ќе имаме:

100Д+2+100+10Р+9 = 100П+10Е+1, или 10Д+11+Р = = 10П+Е. Равенката ја запишуваме во "згоден" облик за дискусија: 10(П-Д) = 11+Р-Е $\Rightarrow$ 10|(11+Р-Е).
Поради 0 < 11+Р-Е < 20 (зошто!) следува 11+Р-Е = 10, односно Е = Р +1. Значи останува П-Д = 1, или П = Д+1. Бидејќи потрошени се цифрите 0, 1, 2 и 9 па остануваат овие можности за (Д,П,Р,Е): (3,4,5,6),(3,4,6,7),(3,4,7,8),(4,5,6,7),(4,5,7,8),(5,6,3,4),(5,6,7,8),(6,7,3,4),(6,7,4,5),(7,8,3,4),(7,8,4,5),(7,8,5,6). И на овој начин ги добиваме (основните" решенија - вкупно 12 на број.

Вам ви останува, драги млади математичари, кој пат ќе го изберете за полесно наоѓање на други решенија на нашата задача. Пронајдете колку решенија има оваа задача барем во случајот кога Т = 1. Да ве насочиме ги има над 180 решенија. Ако успеете да ги пронајдете тие решенија јавете и се на Редакцијата.

532*169*701