Статијата втор пат е објавена во списанието Математички лист на ДМ на Србија

П. М. Барабин (СССР)

РЕШАВАЊЕ НЕКИХ ЗАДАТАКА И ГРАФОВИ

Узмимо неке задатке о пресипању, прелазу преко реке, деоби. Они су већ одавно постали саставни део рада математичких група и налазе своје место у математичким вечерима, такмичењима, итд. Обично се такви задаци решавају „напамет" и за то је потребно не мало оштроумности и довитљивости. Ипак, да се нађе један, било какав начин решавања таквих задатака обично није тако тешко. Много је теже указати на најкраћи начин и све могуће начине решавања оваквих задатака.

Одговори на оваква питања могу се лако добити помоћу графичких схема које се састоје из тачака и црта. Такве схеме се називају графи.

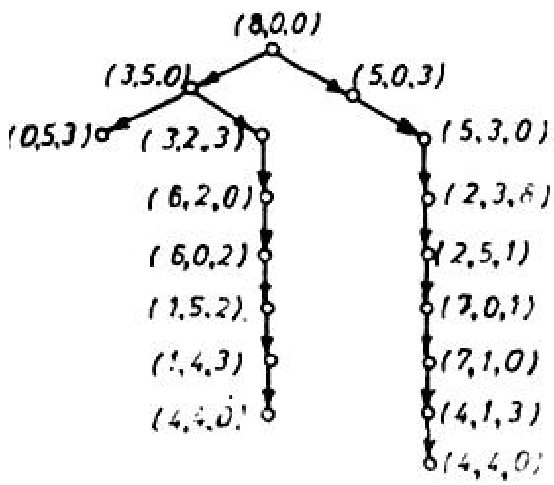
Задатак 1. *Два човека имају пун крчаг млека од* 8 *литара, а исто тако и два празна крчага од* 5 *и* 3 *литре. Како могу да поделе млеко на два једнака дела*?

За решавање овог задатка користићемо се графом. Обележимо зато сваки крчаг једним бројем: крчаг од 8 литара бројем 1, крчаг од 5 литара бројем 2 и крчаг од 3 литра бројем 3. Размотримо све могуће варијанте пуњења крчага које се могу добити као резултат по једног преливања.

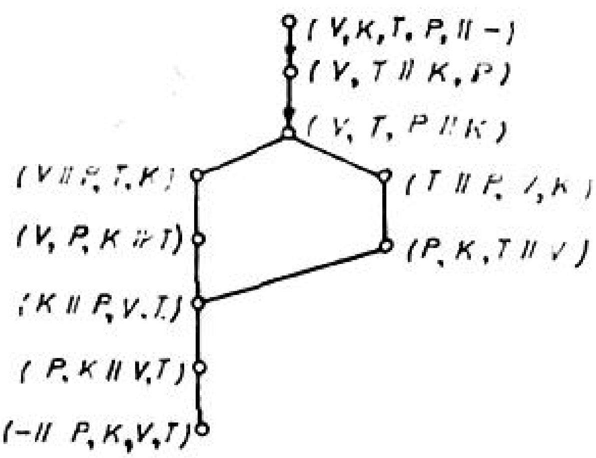
На почетку крчаг бр. 1 је пун, а крчази бр. 2 и бр. 3 су празни. Изразимо ту чињеницу на сл. 1 тачком (8, 0, 0). Сада је могуће из крчага бр. 1 или прелити 5 литара у крчаг бр. 2 или прелити 3 литре у крчаг бр. 3. Као резултат ових поступака добијају се две нове варијанте пуњења крчага, и то (3, 5, 0) и (5, 0, 3). Њих ћемо такође изразити тачкама на сл. 1, а стрелицама ћемо показати да се онедобијају из почетне варијанте (8, 0, 0). Других варијаната путем првог преливања није могуће добити.

Вршимо даља преливања. Да не бисмо пропустили ни једну могућност, идемо редом. Пођимо од варијанте (3, 5, 0) — у крчагу бр. 1 су 3 литре, у крчагу бр. 2 су 5 литара, а крчаг бр. 3 је празан. Из крчага бр. 1 може се прелити млеко само у крчаг бр. 3, па ће се добити нова варијанта пуњења (0, 5, 3). У вези с тим на графу повлачимо црту од тачке (3, 5, 0) до тачке (0, 5, 3). Из крчага бр. 2 може се прелити млеко у крчаг бр. 1 или у крчаг бр. 3 (при чему се преливање у два крчага сматра за два узастопна преливања), али преливање у крчаг бр. 1 не даје никакав нов резултат, пошто се тако добије већ размотрена варијанта (8, 0, 0). Преливањем млека из крчага бр. 2 у крчаг бр. 3 добијамо нову варијанту (3, 2, 3). Крчаг бр. 3 је празан и зато се могућност преливања млека из њега не узима у обзир.

Даље прелазимо на варијанту (5, 0, 3). Ако расуђујемо аналогно претходном, добијамо још једну варијанту (5, 3, 0) и тиме допуњујемо граф. (Сада је јасно да се процес решавања своди на „развијање дрвета графа“). Продужујући расуђивање, долазимо до потпуног графа на сл. 1.



Сл. 1



Сл. 2

На њему видимо два низа тачака који почињу код тачке (8,0,0) и завршавају се варијантом (4, 4, 0). Они се јављају као последице двају различитих начина преливања.

I начин: (8, 0, 0)→(3, 5, 0)→(3, 2, 3)→(6, 2, 0)→(6, 0, 2)→(1, 5, 2)→(1, 4, 3)→(4, 4, 0).

II начин: (8, 0, 0)→(5, 0, 3)→(5, 3, 0)→ (2, 3, 3)→(2, 5, 1)→(7, 0, 1)→→(7, 1, 0)→(4, 1, 3)→(4, 4, 0).

Задатак 2. Превозник (П) треба да превезе преко реке вука (В), козу (К) и товар купуса (Т). Како је чамац мален, у исти се може сместити поред превозника још само вук, или само коза или само товар купуса. Сем тога, купус не може остати на обали само с козом, ни коза с вуком. Како се може извести превожење?

Претпоставимо да се најпре превозник са вуком, козом и купусом налази на левој обали реке. Представимо почетну ситуацију једном тачком (сл. 2) и обележимо је овако: (*В*, *К*, *Т*, *П* || –). Приликом првог прелажења превозник може узети са собом само козу (пошто се она не може оставити на обали ни са вуком ни са купусом). Као резултат добијамо нову ситуацију: (*В*, *Т* || *К*, *П*), што значи да су вук и товар на левој обали, а да су коза и превозник на десној обали. Изразимо то једном тачком и повежимо је цртом за тачку (*В*, *К*, *Т*, *П* || –), истичући да је ова ситуација произашла из ситуације (*В*, *К*, *Т*, *П* || —) после првог преласка реке. При враћању превозник прелази сам реку, јер да повезе са собом и козу и да се врати на претходну ситуацију нема смисла. Новодобијену ситуацију изарзимо опет једном тачком на графу. После тога превозник има две могућности: да превезе товар или вука. Долазимо до две могуће ситуације: (*В* || *П*, *Т*, *К*) или (*Т* || *П*, *В*, *К*). Сваку од њих треба да представимо по једном тачком на графу. Настављајући затим да поступамо аналогно, доћи ћемо напослетку до жељене ситуације (— || *П*, *К* *В*, *Т*). Два низа тачака који се делимично поклапају јављају се у вези са два различита начина решавања овог задатка.

Задаци

1. (Пуасонов задатак). Познатом француском математичару Симону Пуасону (1781—1810) у младости су поставили један математички задатак. Пошто се заинтересовао за исти, Пуасон се одушевио математиком и посветио јој цео свој живот. Ево тог задатка.

Неко има 12 пинти (пинт — мера за течност) вина и хоће да поклони половину тог вина свом пријатељу. Али он нема суд од 6 пинти, него има само два празна суда, и то један од 8, а други од 5 пинти.

Како могу да се налију 6 пинти вина у суд од 8 пинти? Колики је најмањи број преливања помоћу којих се може то постићи?

2. Имамо 4 бурета. Прво може да прими 24 ведра (ведро — стара мера за течност) вина, друго 13, треће 11, а четврто 5. На почетку је напуњено само прво буре. Садржину тог бурета треба разлити на три једнака дела, тако да прва три бурета садрже по 8 ведара вина, а четврто да остане празно.

(„Квант“, 2/1975)