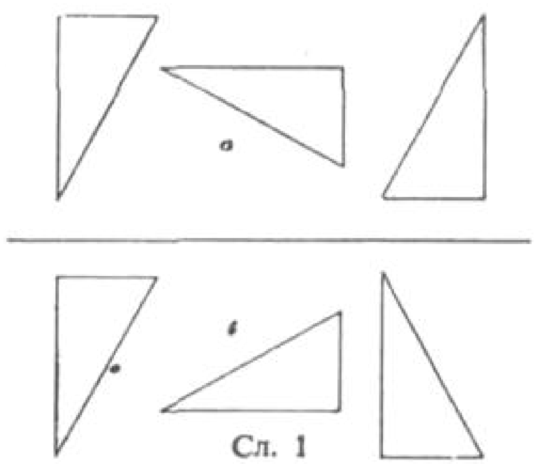
Михаило Петровић

СТВАРНЕ И ПРИВИДНЕ ГЕОМЕТРИЈСКЕ НЕМОГУЋНОСТИ*

Помоћу лењира и шестара може се у равни хартије нацртати безброј геометријских слика. На тако нацртаним сликама може се поставити мноштво задатака од којих неки могу изгледати решиви, али су уствари нерешиви, или обратно: могу изгледати нерешиви, а уствари они имају своје решење. Задаци прве врсте су стварне геометријске немогућности, а задаци друге врсте су привидне геометријске немогућности.

Тако, нпр., једна иста слика може имати безброј разноврсних положаја у својој равни. Такви би, нпр., били положаји правоуглог троугла означени на сл. 1*a*.

Али има и безброј положаја које првобитна слика не може никако заузети ако се помера у равни. Такви би, нпр., били положаји истог троугла означени на сл. 1*b*. (Покушај да тачно кажеш који су сви ти немогући положаји).



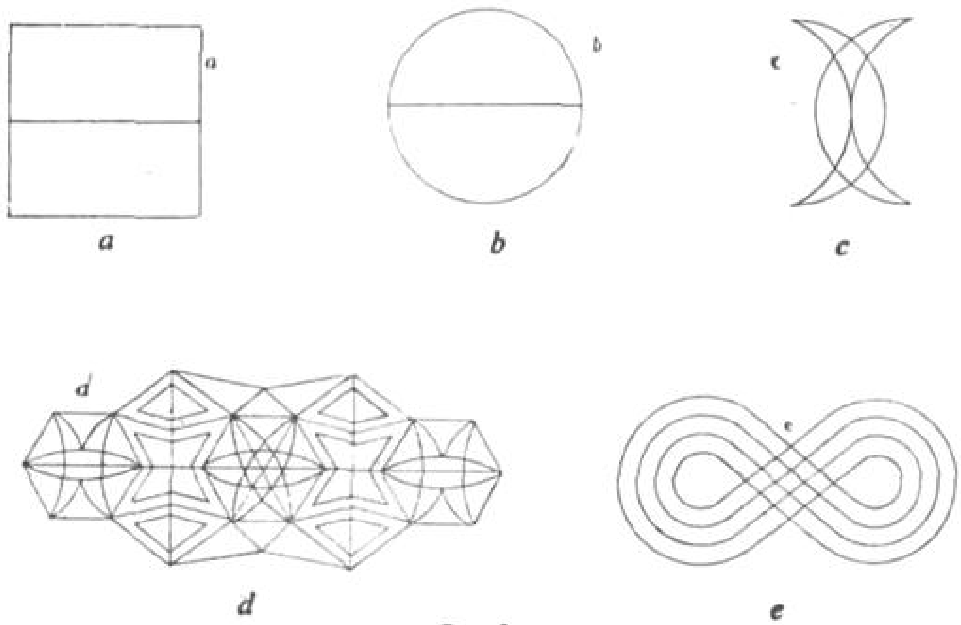
Сл. 1

Исто, тако, када си нацртао једну слику, може се десити да, кад по њој повлачиш оловку, можеш прећи целу слику једним потезом, тј. тако да пређеш све њене саставне линије, а да ниједну од њих не пређеш више од једанпут. Такве су, нпр., слике 2*a* и 2*b* или сл. 2*c*, која по предању представља Мухамедов потпис, или замршена слика 2*d* коју је саставио немачки геометар Листинг, или четворострука осмица (сл. 2*e*) итд.

Али има и слика које је немогуће тако прећи једним потезом, већ, пошто си један део слике тако прешао, мораш

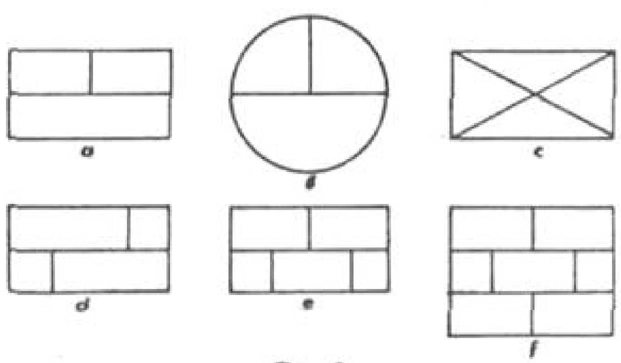
* Наш знаменити математичар др Михаило Петровић објавио је, поред осталог, и неколико популарних чланака из математике, од којих један преносимо из књиге: Михаило Петровић, Чланци, Београд, 1949.

оловку подићи па почети друго повлачење од друге неке тачке на слици. Такве су, нпр., три слике 3 *a*, *b*, *c*.



Сл. 2

А има и таквих слика код којих се то прекидање мора извршити и више од једанпут док се цела слика не пређе.



Сл. 3

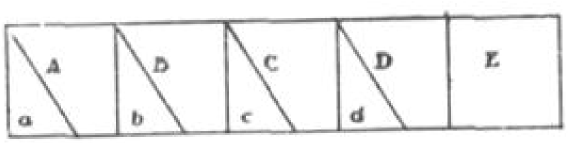
Такве су, нпр., слике 3 *d*, *e*, *f*. (Провери колики је најмањи број прекидања са којима се може прећи цела слика, за сваку од три слике 3 *d*, *e*, *f*, као и за какву сличну слику коју ћеш сам нацртати).

На таквим сликама може имати чворова, тј. тачака из којих полазе на разне стране више од две линије. Кад из једног чвора полазе линије у непарном броју, он се зове непаран чвор. Провери тачност тврђења: да би се слика могла прећи једним потезом, потребно је и довољно да она или нема ниједан непаран чвор, или да има свега два таква чвора.

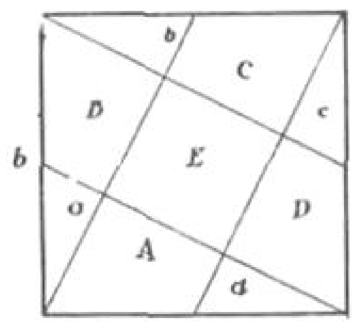
Према томе провери да је могуће прећи једним потезом правилни петоугаоник са свим његовим дијагоналама (јер слика нема ниједан непаран чвор), а да је немогуће тако прећи квадрат са његовим дијагоналама (јер слика има четири непарна чвора).

То би били примери стварних геометријских немогућности. Али има и *привидних геометријских немогућности*, тј. задатака за које би се у први мах могло помислити да су нерешиви, а међутим они ипак имају своје потпуно и тачно решење.

Такав би, нпр., био задитак: сложити пет датих квадрата тако да се од њих добије један квадрат. Задатак је, поред све своје привидне неодређености потпуно решив и решење се састоји у овоме: треба четири квадрата исећи онако како је означено на сл. 4 *a*, а на комаде сложити онако како је означено на слици 4 *b*.



a



b

Сл. 4

Сличан би био и задатак: исећи дати квадрат на двадесет троуглова, из којих би се могло саставити пет квадрата. Довољно је приметити да се сваки од комада A, B, C, D може поделити на три једнака троугла, а квадрат E на четири таква троугла.

Статијата прв пат е објавена во списанието Математички лист на ДМ на Србија