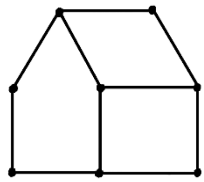
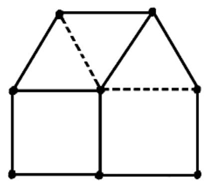
Методи Главче, Скопје

ЗАБАВНИ КИБРИТЧИЊА

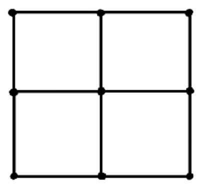
Формирањето на различни геометриски фигури со помош на дадени отсечки (со еднаква или различна должина) е начин како подобро да се запознаеш со геометриските фигури, но е и решавање на најразлични проблемски ситуации. Во овој напис ќе разгледаме неколку задачи од споменатиот вид, за кои мислиме дека ќе ти помогнат во иднина да решаваш слични проблемски ситуации.



Задача 1. На цртежот десно е прикажана колиба која е направена од 10 кибритчиња. Колибата е прикажана така да ја гледаме од запад. Премести само две кибритчиња, но така да колибата ја гледаме од исток.



Решение. Ако колибата ја гледаме од исток, тогаш на десната нејзина страна треба да се наоѓа петаголникот, а на левата страна треба да се наоѓаат квадратот и паралелограмот. Ваквиот распоред на овие многуаголници може да се постигне ако испрекинатите кибритчиња на цртежот десно ги ротираме за агол од 60° и тоа во насока спротивна од насоката на движење на стрелката на часовникот.



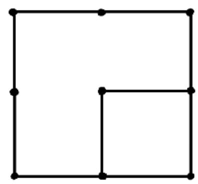
Задача 2. Од дванаесет кибритчиња се составени четири еднакви квадрати и еден поголем квадрат (цртеж десно).

а) Отстрани две кибритчиња без да ги преместуваш останатите, но така да добиеш два различни квадрати.

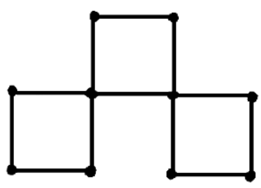
б) Премести три кибритчиња, но така да добиеш три еднакви квадрати.

в) Премести четири кибритчиња, но така да добиеш три еднакви квадрати

г) Премести две кибритчиња, но така да добиеш седум квадрати, (дозволено е кибротчињата да се прекрстуваат, т.е. да се формира крст).

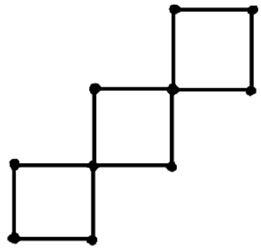


Решение. а) Решението е дадено на цртежот десно.

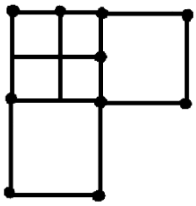


б) Бидејќи имаме 12 кибритчиња, а треба да се состават 3 еднакви квадрати, заклучуваме дека секој квадрат треба да биде составен од по 4 кибритчиња и притоа квадратите не може да имаат заедничка страна. Според тоа, треба да преместме 3 кибритчиња од почетните два дијагонални квадрати, но така да нема соседни квадрати (квадрати со заедничка страна). Види цртеж горе лево.

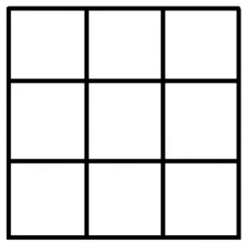
в) Аналогно, како во претходниот случај поместуваме 4 кибритчиња, но така да немаме соседни квадрати кои се дадени во почетната состојба. Значи, треба да отстраниме 4 кибритчиња и да ни останат два дијагонални квадрати, а потоа со овие четири кибритчиња формираме нов квадрат. Решението е дадено на цртежот десно.



г) Треба да формираме седум квадрати, а да преместиме само две кибритчиња. Очигледно не смееме да поместиме ниту едно од „внатрешните” кибритчиња, а не смееме да поместите ниту две од „надворешните” кибритчиња кои учествуваат во формирање на два различни квадрати. Затоа, нека ги отстраниме двете „надворешни” кибритчиња кои го формираат долниот десен квадрат, со што ни останаа 3 квадрати. Сега, ако со овие две кибритчиња во горниот лев квадрат направи крст добиваме нови 4 квадрати, што значи дека сме добиле 7 квадрати (цртеж лево).



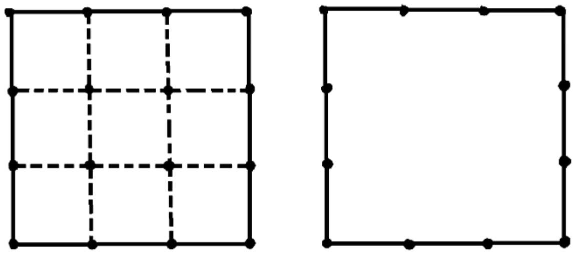
Задача 3. Од 24 кибритчиња составен е голем квадрат, кој се состои од 9 мали квадрати (цртеж десно).



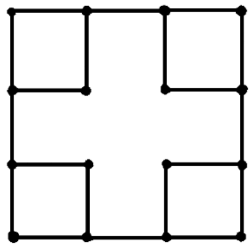
а) Премести 12 кибритчиња, но така да добиеш два еднакви квадрати.

б) Отстрани 4 кибритчиња, но така да преостанатите 20 кибритчиња формираат еден голем и четири мали квадрати.

в) Отстрани 6 кибритчиња, но така да преостанатите 18 кибритчиња формираат 3 квадрати

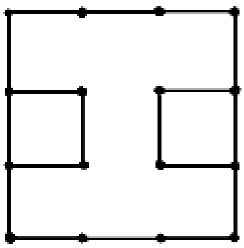


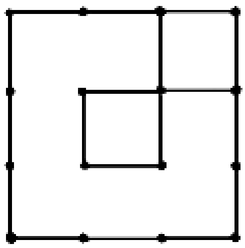
Решение. а) Бараните два квадрати може да бидат соседни, т.е. да имаат заедничка страна или да не се соседни. Ако се соседни, тогаш добиената фигура ќе има 7 еднакви страни, па што не е можно бидејќи 24 не се дели со 7. Значи, квадратите кои треба да се добијат не се соседни и секој од нив ќе биде составен од по 12 кибритчиња, т.е. неговата страна ќе содржи 3 кибритчиња. Очигледно треба да се отстранат кибритчињата во внатрешноста на дадениот квадрат и од нив да се состави нов квадрат (види цртеж горе лево).

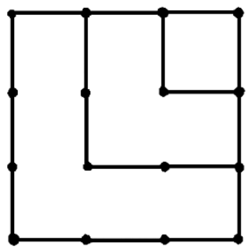


б) Јасно, не смееме да отстраниме ниту едно од „надворешните" кибритчиња. Ако отстраниме едно од кибритчињата кое учествува во формирање на аголен квадрат, тогаш мора да го отстраниме и другото кибритче, при што преостануваат шест мали квадрати. Очигледно со дополнително отстранување на било кои две кибритчиња не може да добиеме 4 мали квадрати. Значи, треба да ги отстраниме кибритчињата кои го формираат централниот мал квадрат, со што задачата е решена (цртеж десно).

в) Квадрат може да биде формиран од 4, 8 или 12 кибритчиња. Кога од 24 кибритчиња ќе отстраниме 6 ни остануваат 18 кибритчиња. Јасно, од овие 18 кибритчиња 12 треба да се употребени за составување на големиот квадрат, а со останатите 6 треба да се добијат уште две квадрати. Притоа, може да се добијат два мали квадрати, како што е прикажано на првите два цртежи подолу или да се добие еден мал и еден среден квадрат како што е прикажано на долниот десен цртеж.

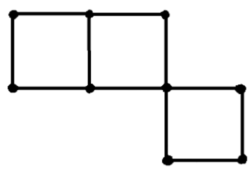




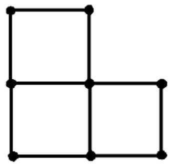


Задача 4. Состави три еднаквиквадрати со помош на:

а) 11 кибритчиња, б) 10 кибритчиња.

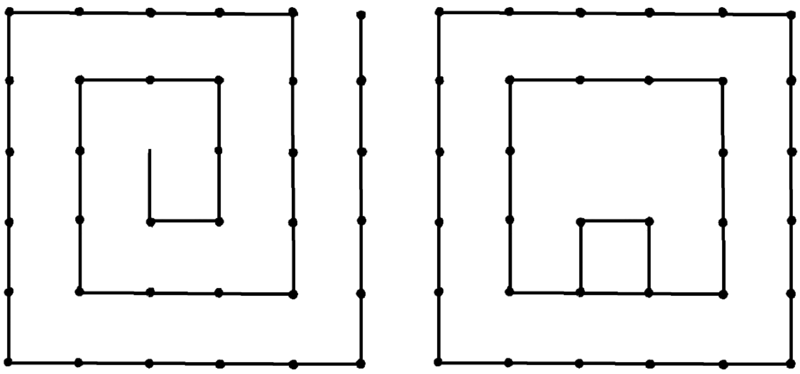


Решение. а) Јасно, не може да се состави квадрат квадрат на чија страна ќе има 3 или 2 кибритчиња. Значи секој од трите квадрати треба да биде составен од по четири кибритчиња. Но, на располагање имаме 11 кибритчиња, па затоа два од квадратите кои треба да се состават мора да имаат заедничка стран. Решението е дадено на цртежот десно.



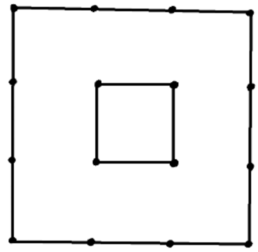
б) Со аналогни размислувања како во задачата под а) заклучуваме дека сите квадрати треба да бидат составени со по 4 кибритчиња. Но, на располагање имаме 10 кибритчиња, што значи дека квадратите треба да имаат точно две заеднички страни. Решението е дадено на цртежот лево.

Задача 5. Од триесет и пет кибритчиња направена е фигура која потсетува на спирала (види цртеж долу лево). Премести само четири кибритчиња, но така да добиеш точно три квадрати.

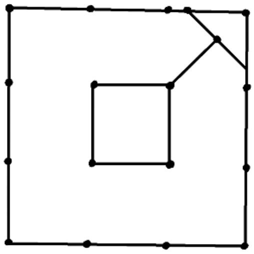


Решение. Имаме 35 кибритчиња, а при дадената состојба со поместување на соодветно кибритче може да се состават само квадрати од 20, 12, 8 и 4 кибритчиња. Ако се обидеме да составиме квадрати од 20, 12 и 8 кибритчиња, тогаш тие на заедничките страни треба да содржат 5 кибритчиња, што не е можно да се постигне само со 3 потези. Ако се обидеме да составиме квадрати со 20, 8 и 8 кибритчиња, тогаш бидејќи имаме 35 кибритчиња, овие квадрати треба да имаат заедничка страна на која само едно кибритче ќе биде заедничко, што не е можно (зошто?). Значи треба да составиме квадрати со по 20, 12 и 4 кибритчиња и во овој случај два од нив треба да содржат заедничко кибритче. Јасно, тоа е квадратот составен од 4 кибритчиња и квадратот составен од 12 кибритчиња (зошто?). Решението е дадено на горниот десен цртеж.

Задача 6. Од 16 кибритчиња направен е „план” на тврдина со ров кој ја опкружува (цртеж десно). Како со помош на две штици (кибритчиња), чија должина е еднаква на ширината на ровот, може да се стигне до тврдината?



Решение. Нека чибритчето има должина a. Тогаш растојанието од аголното теме на тврдината до спротивното аголно теме на надворешниот дел од каналот е $a\sqrt{2}$.

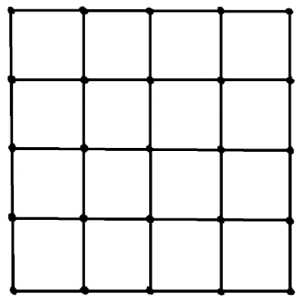


Ако едното кибритче го поставиме така да во аголното теме на каналот се формира рамнокрак правоаголен триаголник, тогаш неговата хипотенуза ќе има должина еднаква на a, па затоа должината на секоја од катетите ќе биде $\frac{a}{\sqrt{2}}$, а висината на рамнокракиот триаголник ќе има должина $\frac{a}{2}$. Според тоа, растојанието од аголното теме на тврдината до кибритќето ќе биде $a\sqrt{2}-\frac{a}{2}<a$, па затоа за да ја постигнеме саканата цел доволно е кибритќињата да ги поставиме како што е прикажано на горниот цртеж.

Задача 7. Од 40 кибритчиња е составен голем квадрат кој се состои од 16 помали еднакви квадрати.

а) Колку квадрати вкупно има на оваа фигура?

б) Колку кибритчиња најмалку треба да се отстранат од фигурата, но така да новодобиената фигура не содржи ниту еден квадрат?



Решение. а) Нека земеме дека кибритчињата имаат единечна должина. Тогаш оваа фигура има еден квадрат со должина на страна еднаква на 4, 4 квадрати со должина на страна еднаква на 3, 9 квадрати со должина на страна еднаква на 2 и 16 квадрати со должина на страна еднаква на 1. Според тоа, на дадената фигура има $1+4+9+16=30$ квадрати.

б) Прво да забележиме дека не смее да остане ниту еден квадрат со должина 1, што може да се постигне со спојување на единичните квадрати. При ваквото спојување важно е да немаме два соседни 1×2 правоаголници чија заедничка страна е со должина 2, бидејќи во тој случај тие формираат квадрат. Сега лесно се добива дека саканата цел може да се постигне со отстранување на најмалку 9 чкорчиња. Едно решение е дадено на цртежот десно.