# Složeni kamatni račun

*Eva Pavić*[1] *i Boško Šego*[2], *Zagreb*

U prethodnom broju MFL-a obradili smo jednostavni kamatni račun. Vidjeli smo da je temeljna karakteristika tog *kamatnog računa* činjenica da se kamate izračunavaju na *istu*, početnu glavnicu za *svako* razdoblje ukamaćivanja. Kada bi se jednostavni kamatni račun uvijek primjenjivao u gospodarskoj praksi, onda bi se, primjerice i formula za izračunavanje ukupnih jednostavnih kamata,

$$K = \frac{C \cdot p(G) \cdot n}{100}, \tag{1}$$

gdje je $C$ iznos glavnice, $p(G)$ nepromjenjivi godišnji kamatnjak, a $n$ broj godina ukamaćivanja iznosa $C$, koristila uvijek pri izračunu kamata bez obzira je li riječ o ukamaćivanju tijekom jedne godine (to jest u slučaju kada je $n = 1$) ili u razdoblju koje nije jedna godina. Koristeći se upravo logikom koja je imanentna jednostavnom kamatnom računu, najprije ćemo riješiti *primjer* 1, a zatim ukazati na pogrešku koju smo pri tome učinili.

**Primjer 1.** Kojim iznosom će raspolagati štediša 31. prosinca 2008. godine na temelju iznosa 20 000 kn koje je uložio u poslovnu banku 31. prosinca 2005. godine ako banka u navedenom trogodišnjem razdoblju koristi godišnji nepromjenjivi kamatnjak 10?

Podsjetimo se: pri obračunu kamata prvi dan štednje ne uzima se u obzir, ali se uzima posljednji dan. U razmatranom primjeru to znači da je iznos $C_0 = 20\,000$ kn štediša u poslovnoj banci imao točno tri godine, pa nije bitno što je u tom razdoblju jedna godina prijestupna. Koristeći formulu (1), nalazimo da bi na temelju početnog iznosa $C_0 = 20\,000$ kn štediša u poslovnoj banci na dan 31. prosinca 2008. godine trebao raspolagati iznosom

$$C_3\,(j) = C_0 + K = C_0\left(1 + \frac{p(G) \cdot n}{100}\right) = 20\,000\left(1 + \frac{10 \cdot 3}{100}\right) = 26\,000 \text{ kn}. \tag{2}$$

Razmotrimo sada kojim iznosom bi raspolagao štediša da je na kraju svake kalendarske godine podigao ukupnu ušteđevinu (glavnicu uvećanu za kamate) i odmah (to jest istoga dana) taj iznos uložio u poslovnu banku uz neizmjenjene uvjete. Dakle, 31. prosinca 2006. godine raspolagao bi iznosom

$$C_1 = C_0 + K_1 = C_0\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right) = 20\,000\left(1 + \frac{10}{100}\right) = 22\,000 \text{ kn}, \tag{3}$$

koji bi istog dana uložio, pa bi na temelju iznosa $C_1$ 31. prosinca 2007. godine raspolagao iznosom

$$C_2 = C_1 + K_2 = C_1\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right) = 22\,000\left(1 + \frac{10}{100}\right) = 24\,200 \text{ kn}. \tag{4}$$

---

[1] Studentica Ekonomskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

[2] Redoviti profesor na istom fakultetu.

Budući da će iznos $C_2$ uložiti odmah, na temelju tog iznosa će 31. prosinca 2008. godine raspolagati iznosom

$$C_3 = C_2 + K_3 = C_2\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right) = 24\,200\left(1 + \frac{10}{100}\right) = 26\,620\ kn. \tag{5}$$

Prema tome, štediša je podižući krajem svake godine štednje ukupni iznos i odmah ga stavljajući na štednju za tri godine dobio više

$$26\,620 \text{ kn} - 26\,000 \text{ kn} = 620 \text{ kn}.$$

Naravno, bilo bi potpuno pogrešno zaključiti da ga je tim iznosom poslovna banka nagradila za trud uložen za podizanje i odmah zatim stavljanje na štednju cjelokupnog iznosa! Jednostavno, ovdje se radi o drugoj vrsti *kamatnog računa* od onog što ga simbolički izražava formula (1), a nazivamo ga jednostavnim kamatnim računom. U svakom vremenskom razdoblju na koje se odnosi kamatnjak $p$ kamate se računaju na glavnicu koja je uvećana za kamate za sva prethodna razdoblja. Drugim riječima, kamate smo za svako razdoblje računali ne samo na glavnicu nego i na prethodno izračunane kamate. Ovakav kamatni račun nazivamo *složenim kamatnim računom*.

**Definicija 1.** *Složeni kamatni račun* je postupak izračunavanja kamata na glavnicu uvećanu za prethodno obračunate kamate u *svakom* prethodnom vremenskom razdoblju ukamaćivanja.

Uočimo da smo konačnu vrijednost iznosa $C_0$ u primjeru 1 mogli izračunati kako slijedi:

$$C_3 = C_2\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right) = C_1\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right)\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right) = C_1\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right)^2 =$$
$$= C_0\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right)\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right)^2 = C_0\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right)^3.$$

Dakle, na kraju treće godine štednje štediša će na temelju (jedne) uplate u iznosu $C_0$, uz uvjet da je (godišnji) kamatnjak fiksan, raspolagati iznosom

$$C_3 = C_0\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right)^3.$$

Postavlja se pitanje može li se navedeni rezultat poopćiti, to jest je li na kraju $n$-te godine štednje konačna vrijednost (jedne) uplate $C_0$ uz uvjet da je (godišnji) kamatnjak fiksan

$$C_n = C_0\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right)^n? \tag{6}$$

Koristeći princip matematičke indukcije, dokažimo ispravnost formule (6). Neka je $C_0$ sadašnja vrijednost glavnice, $p(G)$ godišnji kamatnjak nepromjenjiv u svih $n$ godina ukamaćivanja. Potrebno je izračunati vrijednost glavnice $C_n$ na kraju $n$-te godine (računajući od trenutka uplate iznosa $C_0$) pretpostavljajući da se kamate pripisuju glavnici krajem svake godine ukamaćivanja.

Kako se po definiciji složenog kamatnog računa kamate izračunavaju na glavnicu koja je uvećana za prethodno obračunate kamate u svakom prethodnom vremenskom razdoblju kapitalizacije, to su kamate za $i$-to razdoblje

$$I_i = \frac{C_{i-1}\, p\,(G)}{100}, \qquad i \in \{1, 2, ..., n\},^{3}$$

pri čemu je $C_{i-1}$ iznos glavnice $C_0$ na kraju $(i-1)$-og razdoblja ili, što je ekvivalentno, na početku $i$-tog razdoblja. Konkretno, to znači da su kamate za prvo (jedinično) vremensko razdoblje

$$I_1 = \frac{C_0\, p\,(G)}{100},$$

drugo

$$I_2 = \frac{C_1\, p\,(G)}{100},$$

i tako dalje. No, budući da je

$$C_1 = C_0 + I_1 = C_0 + \frac{C_0\, p\,(G)}{100} = C_0 \left(1 + \frac{p\,(G)}{100}\right) = C_0\, r,$$

gdje je $r = 1 + \frac{p(G)}{100}$ dekurzivni kamatni faktor, vrijednost glavnice $C_0$ na kraju drugog razdoblja je

$$C_2 = C_1 + I_2 = C_1 + \frac{C_1\, p\,(G)}{100} = C_1 \left(1 + \frac{p\,(G)}{100}\right) = C_1\, r = C_0\, r^2.$$

Pretpostavimo da je vrijednost glavnice $C_0$ na kraju $i$-1. razdoblja

$$C_{i-1} = C_0 r^{i-1}.$$

Koristeći se matematičkom indukcijom, pokazat ćemo da se vrijednost glavnice $C_0$ na kraju $i$-tog razdoblja uz navedenu pretpostavku o nepromjenjivosti kamatnjaka može izračunati formulom

$$C_i = C_0 r^i.$$

Doista, kako su kamate za $i$-to razdoblje

$$I_i = \frac{C_{i-1}\, p\,(G)}{100},$$

vrijednost glavnice $C_0$ na kraju $i$-tog razdoblja je

$$C_i = C_{i-1} + I_i = C_{i-1} + \frac{C_{i-1}\, p\,(G)}{100} = C_{i-1} \left(1 + \frac{p\,(G)}{100}\right) = C_{i-1} r,$$

pa zbog pretpostavke indukcije, nalazimo da je

$$C_i = C_{i-1} r = C_0 r^{i-1} r = C_0 r^i,$$

što je i valjalo pokazati.

Dekurzivni kamatni faktor $r$ predstavlja vrijednost novčane jedinice (to jest iznosa $C_0 = 1$) zajedno s kamatama na kraju jediničnog razdoblja uz primjenu složenog kamatnog računa i dekurzivni način obračuna kamata[4], jer je tada $C_1 = 1 \cdot r^1 = r$. Uočimo da konačna vrijednost novčane jedinice na kraju $n$-tog jediničnog razdoblja uz navedene pretpostavke iznosi $C_n = r^n$.

---

[3] Uobičajeno je da kada koristimo složeni kamatni račun, kamate označavamo s $I$, pa ćemo u nastavku koristiti ovaj simbol da bismo istakli da rabimo složeni kamatni račun.

[4] Dekurzivni *način* obračuna kamata znači da se kamate obračunavaju i(ili) pripisuju glavnici na kraju razdoblja ukamaćivanja.

Veličinu $r^n$ nazivamo *faktorom akumulacije*, a jednaka je konačnoj vrijednosti novčane jedinice na kraju $n$-tog jediničnog razdoblja (za nas u ovom radu to je jedna godina) uz dekurzivni način obračuna kamata.

Naravno, *sadašnju* (*aktualnu*) *vrijednost jednog iznosa* ako je poznata konačna vrijednost tog iznosa uz navedeni uvjet računamo formulom

$$C_0 = \frac{C_n}{\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right)^n},$$

odnosno

$$C_0 = \frac{C_n}{r^n} \quad . \tag{7}$$

**Primjer 2.** Koliki iznos je morao štediša uložiti u poslovnu banku 31. prosinca 2005. godine ako želi 31. prosinca 2008. godine na temelju te jedne uplate raspolagati iznosom 25 000 kn ako se banka u navedenom trogodišnjem razdoblju koristi godišnjim nepromjenljivim kamatnjakom 7?

Budući da je dekurzivni kamatni faktor

$$r = 1 + \frac{p\,(G)}{100} = 1 + \frac{7}{100} = 1.07,$$

koristeći formulu (7), nalazimo traženi iznos

$$C_0 = \frac{C_n}{r^n} = \frac{25\,000}{1.07^3} \approx 20\,407.45 \text{ kn}.$$

**Primjer 3.** Uz koliki godišnji nepromjenjivi kamatnjak treba oročiti 40 000 kn ako se želi na temelju tog iznosa za 4 godine od ulaganja raspolagati sa 70 000 kn?

Uočimo da je sada $C_0 = 40\,000$ kn, $C_4 = 70\,000$ kn, a $n = 4$ godine. Uvrstimo li navedene vrijednosti u formulu (6), dolazimo do sljedeće jednadžbe:

$$70\,000 = 40\,000\, r^4,$$

odnosno

$$70\,000 = 40\,000 \left(1 + \frac{p(G)}{100}\right)^4.$$

Traženi godišnji kamatnjak je

$$p(G) = 100 \left(\sqrt[4]{\frac{7}{4}} - 1\right) \approx 100 \cdot (1.15016 - 1) = 15.016\,.$$

Za vježbu pokažite da ako su poznate sadašnja $C_0$ i konačna vrijednost $C_n$ jednog iznosa i broj razdoblja ukamaćivanja $n$, nepromjenjivi godišnji kamatnjak možemo izračunati koristeći formulu

$$p(G) = 100 \left(\sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1\right). \tag{8}$$

**Primjer 4.** Na koliko godina treba oročiti 50 000 kn ako se želi na temelju tog iznosa raspolagati sa 75 000 kn ako poslovna banka u cijelom razdoblju oročavanja koristi nepromjenjivi godišnji kamatnjak $p(G) = 6.99132$?

Uočimo da je sada $C_0 = 50\,000$ kn, $C_n = 75\,000$ kn, a $p(G) = 6.99132$. Budući je kamatnjak dan na godišnjoj razini, broj razdoblja ukamaćivanja predstavlja broj godina na koji je iznos $C_0$ oročen. Uvrstimo li navedene vrijednosti u formulu (6), dolazimo do eksponencijalne jednadžbe:

$$75\,000 = 50\,000 \cdot \left(1 + \frac{6.99132}{100}\right)^n,$$

odnosno

$$75\,000 = 50\,000 \cdot 1.0699132^n,$$

Logaritmiranjem prethodne jednadžbe, dolazimo do linearne jednadžbe

$$\log 75\,000 = \log 50\,000 + n \log 1.0699132,$$

čije rješenje je

$$n = \frac{\log 75\,000 - \log 50\,000}{\log 1.0699132} = \frac{\log 1.5}{\log 1.0699132},$$

odnosno

$$n \approx 6.$$

Dakle, iznos od 50 000 kn treba uz navedene uvjete oročiti na šest godina.

Za vježbu pokažite da ako su poznate sadašnja $C_0$ i konačna vrijednost $C_n$ jednog iznosa i nepromjenjivi godišnji kamatnjak $p(G)$, broj razdoblja ukamaćivanja $n$ možemo izračunati koristeći formulu

$$n = \frac{\log\left(\frac{C_n}{C_0}\right)}{\log r}. \tag{9}$$

*Ukupne* (*složene*) *kamate* predstavljaju razliku konačne i sadašnje vrijednosti, pa ih možemo izračunati koristeći formulu

$$I = C_n - C_0 = C_0\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right)^n - C_0 = C_0\left[\left(1 + \frac{p(G)}{100}\right)^n - 1\right]. \tag{10}$$

Pokažimo da su ukupne složene kamate $I$ veće od ukupnih jednostavnih kamata $K$ ako je $n > 1$. Doista, koristeći binomni razvoj i uvažavajući da su svi pribrojnici u razvoju nenegativni, nalazimo

$$\begin{aligned}\left(1 + \frac{p\,(G)}{100}\right)^n &= 1^n + \binom{n}{1}1^{n-1} \cdot \frac{p\,(G)}{100} + \binom{n}{2}1^{n-2} \cdot \left(\frac{p\,(G)}{100}\right)^2 \\ &\quad + \ldots + \binom{n}{n-1}1 \cdot \left(\frac{p\,(G)}{100}\right)^{n-1} + \left(\frac{p\,(G)}{100}\right)^n \\ &\geqslant 1 + \frac{n\,p\,(G)}{100},\end{aligned}$$

jer za $n > 1$ i $p(G) > 0$ (a kamatnjak mora biti nenegativan!) su pribrojnici u binomnom razvoju, počevši od trećega, nenegativni. Dakle,

$$I = C_0\left(\left(1 + \frac{p\,(G)}{100}\right)^n - 1\right) \geqslant C_0\left(1 + \frac{n\,p\,(G)}{100} - 1\right) = \frac{C_0\,n\,p\,(G)}{100} = K,$$

što je i valjalo pokazati.

Upravo dokazani rezultat u suglasju je s rezultatom iz *primjera* 1. Naime, u tom primjeru smo vidjeli da su ukupne jednostavne kamate

$$K = 26\,000 \text{ kn} - 20\,000 \text{ kn} = 6000 \text{ kn},$$

a ukupne složene

$$I = 26\,620 \text{ kn} - 20\,000 \text{ kn} = 6620 \text{ kn}.$$

Dakle, upravo u skladu s netom dokazanim rezultatom $I \geqslant K$ (u ovom slučaju vrijedi stroga nejednakost, to jest $I > K$).

**Primjer 5.** Koji iznos je oročen na pet godina uz nepromjenjivi godišnji kamatnjak $p(G) = 6$ ako je poznato da oročenjem štediša na temelju tog nepoznatog iznosa na kamatama dobiva 7000 kn?

Dakle, imamo da je $r = 1 + \frac{6}{100} = 1.06$, $n = 5$ i $I = 7000$ kn. Kako je

$$C_5 = C_0 \cdot 1.06^5 \qquad \text{i} \qquad C_5 - C_0 = 7000,$$

imamo sljedeću linearnu jednadžbu po $C_0$:

$$C_0 \cdot 1.06^5 - C_0 = 7000,$$

odnosno

$$C_0 \cdot \big(1.06^5 - 1\big) = 7000,$$

pa je

$$C_0 = \frac{7000}{1.06^5 - 1} \approx 20\,696.25 \text{ kn.}$$

**Primjer 6.** Kojim iznosom raspolaže štediša nakon pet godina oročenja uz nepromjenjivi godišnji kamatnjak $p(G) = 6$ ako je poznato da oročenjem štediša na temelju tog nepoznatog iznosa na kamatama dobiva 7000 kn?

Vidjeli smo u prethodnom primjeru da je $r = 1 + \frac{6}{100} = 1.06$, $n = 5$, $I = 7000$ kn i $C_0 = 20\,696.25$ kn. Dakle, štediša će nakon pet godina oročenja raspolagati iznosom

$$C_5 = 20\,696.25 + 7000 = 27\,696.25 \text{ kn.}$$

Ako ne želimo (ili ne možemo!) koristiti rezultat iz *primjera* 5, postupamo na sljedeći način. Iz jednadžbi

$$C_5 = C_0 \cdot 1.06^5 \qquad \text{i} \qquad C_0 = C_5 - 7000,$$

dobivamo sljedeću linearnu jednadžbu po $C_5$:

$$C_5 = (C_5 - 7000) \cdot 1.06^5,$$

pa je

$$C_5 = \frac{7000 \cdot 1.06^5}{1.06^5 - 1} \approx 27\,696.25 \text{ kn.}$$

Do sada smo pretpostavljali da je godišnji kamatnjak nepromjenjiv u svim razdobljima ukamaćivanja. Kako treba postupiti ako ova pretpostavka nije ispunjena? Prije nego što izvedemo formulu koja daje odgovor na postavljeno pitanje, sljedećim primjerom ukazat ćemo kako treba postupati.

**Primjer 7.** Kojim iznosom raspolaže štediša nakon pet godina oročenja iznosa 10 000 kn ako mu je poslovna banka u prve tri godine kamate obračunavala uz godišnji kamatnjak 6, a posljednje dvije uz godišnji kamatnjak 8?

Uočimo da kamatnjak nije fiksan u cijelom razdoblju ukamaćivanja. Petogodišnje razdoblje ukamaćivanja možemo razdvojiti na 2 podrazdoblja u kojima je kamatnjak bio nepromjenjiv: prvo podrazdoblje predstavljaju prve tri godine i tada je kamatnjak također fiksan i iznosi $p_1(G) = 6$, a drugo podrazdoblje predstavljaju posljednje dvije godine kada je kamatnjak fiksan i iznosi $p_2(G) = 8$. Koristeći formulu (6), nalazimo da početni iznos $C_0$ zajedno s ukupnim složenim kamatama na kraju prvog podrazdoblja iznosi

$$C_3 = C_0 \cdot 1.06^3 = 10000 \cdot 1.06^3 = 11\,910.16 \text{ kn.}$$

Dakle, na *početku* drugog podrazdoblja štediša raspolaže iznosom $C_3$ koji se ukamaćuje iduće dvije godine po stopi $p_2(G)$, pa je vrijednost početnog iznosa na *kraju* drugog podrazdoblja (to jest na kraju pete godine oročenja)

$$C_5 = C_3 \cdot 1.08^2 = 11\,910.16 \cdot 1.08^2 \approx 13\,892.01 \text{ kn.}$$

Uočimo da smo iznos $C_5$ mogli izračunati odjednom, a ne u dva koraka na sljedeći način:

$$C_5 = C_3 \cdot 1.08^2 = C_0 \cdot 1.06^3 \cdot 1.08^2 = 10000 \cdot 1.06^3 \cdot 1.08^2 \approx 13\,892.01 \text{ kn.}$$

Prethodno razmatranje sad ćemo poopćiti. Naime, vrijedi sljedeći rezultat:

Vrijednost (jednog) iznosa $C_0$ na kraju $n$-te godine uz pretpostavku da se kamate obračunavaju po *složenom kamatnom računu* uz *promjenjivu* godišnju kamatnu stopu $p_i(G)$, $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, u $i$-toj godini iznosi

$$C_n = C_0 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \ldots \cdot r_n, \tag{11}$$

što možemo skraćeno pisati i ovako:

$$C_n = C_0 \cdot \prod_{i=1}^{n} r_i,$$

pri čemu je $r_i = 1 + \frac{p_i(G)}{100}$, $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, dekurzivni kamatni faktor za $i$-tu godinu.

Po definiciji složenog kamatnog računa kamate za $i$-tu godinu iznose

$$I_i = \frac{C_{i-1}\, p_i\,(G)}{100}, \qquad i \in \{1, 2, ..., n\},$$

pri čemu je $C_{i-1}$ iznos glavnice $C_0$ na kraju $(i-1)$. godine ili, što je ekvivalentno, na početku $i$-te godine. Konkretno, to znači da su kamate za prvu godinu

$$I_1 = \frac{C_0\, p_1\,(G)}{100},$$

drugu

$$I_2 = \frac{C_0\, p_2\,(G)}{100}$$

i tako dalje. No, kako je

$$C_1 = C_0 + I_1 = C_0 + \frac{C_0\, p_1\,(G)}{100} = C_0 \left(1 + \frac{p_1\,(G)}{100}\right) = C_0 r_1,$$

gdje je

$$r_1 = 1 + \frac{p_1\,(G)}{100}$$

dekurzivni kamatni faktor za prvu godinu, vrijednost glavnice $C_0$ na kraju druge godine je

$$C_2 = C_1 + I_2 = C_1 + \frac{C_1\, p_2\,(G)}{100} = C_1 \left(1 + \frac{p_2\,(G)}{100}\right) = C_1 r_2 = C_1 r_1 r_2,$$

pri čemu je sada

$$r_2 = 1 + \frac{p_2\,(G)}{100}$$

dekurzivni kamatni faktor za drugu godinu. Pretpostavimo da je vrijednost glavnice $C_0$ na kraju $(i-1)$. godine

$$C_{i-1} = C_0 r_1 r_2 \ldots r_{i-1}.$$

Koristeći princip matematičke indukcije, pokazat ćemo da je tada vrijednost glavnice $C_0$ na kraju $i$-te godine

$$C_i = C_0 r_1 r_2 \ldots r_{i-1} r_i .$$

Doista, kako su kamate za $i$-tu godinu

$$I_i = \frac{C_{i-1}\, p_i\,(G)}{100},$$

vrijednost glavnice $C_0$ na kraju $i$-te godine je

$$C_i = C_{i-1} + I_i = C_{i-1} + \frac{C_{i-1}\, p_i\,(G)}{100} = C_{i-1}\left(1 + \frac{p_i\,(G)}{100}\right) = C_{i-1} r_i ,$$

pa je zbog pretpostavke indukcije zaista

$$C_i = C_{i-1} r_i = C_0 r_1 r_2 \ldots r_{i-1} r_i = C_0 \prod_{k=1}^{i} r_k .$$

Posebno, ako je $i = n$, imamo formulu za vrijednost iznosa $C_0$ na kraju $n$-te godine

$$C_n = C_0 \cdot \prod_{i=1}^{n} r_i ,$$

što je i valjalo pokazati.

Uočimo da su ukupne kamate u slučaju da se kamata obračunava složenim kamatnim računom uz varijabilnu kamatnu stopu

$$I = C_n - C_0 = C_0\,(r_1\, r_2 \ldots r_n - 1)\,, \tag{12}$$

odnosno

$$I = C_0 \left(\prod_{i=1}^{n} r_i - 1\right). \tag{13}$$

**Primjer 8.** Koliko iznose ukupne složene kamate na iznos od 1000 kn za razdoblje od pet godina ako je godišnji kamatnjak u prvoj godini 6, a u svakoj idućoj za 1 veći od onog u prethodnoj godini?

Uočimo da je $p_1(G) = 6$, $p_2(G) = 6+1 = 7$, $p_3(G) = 7+1 = 8$, $p_4(G) = 8+1 = 9$, $p_5(G) = 9 + 1 = 10$ i $C_0 = 1000$ kn. Prema tome, $r_1 = 1.06$, $r_2 = 1.07$, $r_3 = 1.08$, $r_4 = 1.09$, $r_5 = 1.1$, pa koristeći formulu (12), nalazimo ukupne složene kamate

$$I = 1000\,(1.06 \cdot 1.07 \cdot 1.08 \cdot 1.09 \cdot 1.1 - 1) \approx 468.70 \text{ kn}.$$

Na kraju, mladim čitateljima predlažemo da provjere jesu li doista usvojili izloženo gradivo rješavajući zadatke koje dajemo u nastavku.

## Zadaci za vježbu

1. Kojim iznosom će raspolagati štediša 31. prosinca 2010. godine na temelju iznosa 20 000 kn koje je oročio u poslovnoj banci 31. prosinca 2004. godine ako banka u navedenom šestogodišnjem razdoblju koristi godišnji nepromjenjivi kamatnjak 5.5?

*Rješenje*: 27 576.86 kn

2. Koliki iznos je morao štediša uložiti u poslovnu banku 31. prosinca 2004. godine ako želi 31. prosinca 2018. godine na temelju te jedne uplate raspolagati iznosom

30 000 kn? Banka u navedenom razdoblju koristi godišnji nepromjenjivi kamatnjak 3.75.

*Rješenje*: 17 917.93 kn

3. Koliko iznose ukupne složene kamate na iznos od 12 000 kn za razdoblje od devet godina ako je godišnji kamatnjak u svim razmatranim godinama nepromjenjiv i iznosi 3.25?

*Rješenje*: 4002.65 kn

4. Koji iznos za dvadeset godina uz godišnji kamatnjak 4.75 donese ukupno 100 000 kn složenih kamata?

*Rješenje*: 65 369.4 kn

5. Štediša je oročio u poslovnu banku neki iznos na petnaest godina uz nepromjenjivi godišnji kamatnjak $p(G) = 4$. Ako je poznato da je oročenjem na temelju tog iznosa na kamatama dobio 10 000 kn, kolikim iznosom je štediša raspolagao na kraju oročenja?

*Rješenje*: 22 485.28 kn

6. Uz koliku godišnju kamatnu stopu je dužnik posudio 30 000 kn ako je vjerovniku nakon sedam godina u cijelosti podmirio dug iznosom 44 444 kn? Kamate se obračunavaju po složenom kamatnom računu.

*Rješenje*: 5.7754 godišnje

7. Za koliko godina iznos od 100 000 kn donese uz godišnji kamatnjak 3.75 ukupno 24 718 kn složenih kamata?

*Rješenje*: 6 godina

8. Neka osoba je 31. prosinca 2002. godine uložila u poslovnu banku 100 000 kn. Ako je ona na temelju navedene uplate 31. prosinca 2006. podigla 133 298.5 kn, uz koji godišnji kamatnjak je banka obračunavala kamate?

*Rješenje*: 7.45 godišnje

9. Koliko iznose ukupne složene kamate na iznos 5000 kn za razdoblje od 6 godina ako je godišnji kamatnjak u prvoj godini 5, a u svakoj idućoj za 0.5 veći od onog u prethodnoj godini?

*Rješenje*: 7192.16 kn

10. Koliko iznose ukupne složene kamate na iznos od 5000 kn za razdoblje od 6 godina ako je godišnji kamatnjak u prvoj godini 5, a u svakoj idućoj za 20% veći od onog u prethodnoj godini?

*Rješenje*: 8043.03 kn

## Literatura


[1] B. RELIĆ, (2002), *Gospodarska matematika*, Hrvatska zajednica računovođa i financijskih djelatnika, Zagreb

[2] Đ. SALAMON, B. ŠEGO, (2006), *Matematika* 3 – udžbenik sa zbirkom zadataka za treći razred ekonomske škole, Alka script, Zagreb

[3] B. ŠEGO, (2005), *Matematika za ekonomiste*, Narodne novine, Zagreb

[4] B. ŠEGO, T. ŠIKIĆ, (2006), *Četiri računa za ekonomiste*, VŠPU "Baltazar Adam Krčelić", Zaprešić