Фокус на финансијској писмености

др Иван Анић, **Београд**

Одлука PISA комитета из 2010. године да се у оквиру тестирања математичке писмености 2012. године дода још један сегмент – тестирање финансијске писмености, само је потврдила ставове водећих педагога у математици, да је финансијска писменост важан сегмент наставе математике и кључни апарат модерног друштва који се мора савладати врло рано. Зато не треба да чуде подаци да се у земљама које су лидери у настави математике финансијски појмови активно уводе у наставу већ у нижим разредима основе школе.

Овако PISA дефинише математичку писменост: *финансијска писменост представља знање и разумевање финансијских концепата, као и вештине, мотивацију и одлучност да се они примене у доношењу ефикасних одлука, које позитивно утичу на финансијско стање појединаца и друштва, како би активно учествовали у економији једне државе.*

Из индивидуалног аспекта финансијска писменост утиче на доношење информисаних, разумних и прорачунатих одлука о потрошњи и штедњи сопственог капитала, планирање пензионог фонда, као и избегавање драстичних задуживања. Напомињемо да последње ставке имају снажан утицај на микро и макро економске стандарде једне државе.

По свој прилици ће системски развој финансијске писмености постати део и наше реалности. Предлог стандарда за крај средње школе озбиљно обрађује ову област. Текст који следи о фундаменталном финансијском појму - *садашња вредност новца*, може послужити наставницима математике као лагани увод у оно што их највероватније очекује у будућој пракси.

Прича о садашњој вредности новца

Ово је једна прича у више наставака којом се ученици могу увести у свет финансија. Може се причати ученицима седмог разреда основне школе и старијима. Неки делови су само за средњошколце.

Главница, камата, интерес

Уложимо данас 100 евра у банку са каматном стопом 5% (интерес је $0,05$) па ћемо идуће године у ово време имати наших 100 евра (главница) и још 5 евра (камата):

$$105 = 100 \cdot (1 + 0,05).$$

У општем случају, када је интрес p, а главница G, након годину дана ћемо имати

$$G \cdot (1 + p).$$

Ако после годину дана узмемо камату, а главницу оставимо, зарадили смо $p \cdot G$. Ако то исто урадимо и следеће године, зарадићемо укупно $2p \cdot G$, а након n година укупно

$$np \cdot G.$$

Прост каматни рачун

Претходни пример илуструје такозвани прост каматни рачун. У општем случају, уз интерес p и главницу G, након n година главница је и даље G, а укупна зарада је

$$np \cdot G.$$

Дакле, након n година имаћете укупно (главница + камата)

$$(1 + np) \cdot G.$$

ЗАДАТАК 1. *Добили сте на ЛОТО-у 700 000 хиљада евра! Након почетне еуфорије запитате се: шта радити са толиким парама? Одлучили сте се за сигурну варијанту: паре у банку. Нашли сте банку у којој је камата 6,5%. Није лоше. Али ту је и држава. Порез на капиталну добит је 20%.*

Питање. Колика је зарада након годину дана? Колико је то месечно?

Сложени каматни рачун

Вратимо се на претходни задатак. Можда вам не треба новац од камате, па га оставите заједно са главницом у банци. Сада је главница већа, па ће и камата бити већа. Како се у народу каже: „камата на камату". Ако је главница G, а интерес p, након прве године свота у банци постаје

$$(1 + p) \cdot G.$$

То је сада нова главница, па након друге године се свота повећава на

$$(1 + p) \cdot (1 + p) \cdot G.$$

После n година лежања у банци свота расте на

$$(1 + p)^n \cdot G.$$

Можда вам овај последњи израз делује познато? Иако сте се мрштили при овим „чисто економским" редовима на крају смо ипак дошли до најједноставнијег облика геометријског низа[1] који се учи у трећем разреду средње школе и иако нисте навикли да

[1] Низ реалних бројева $a_1, a_2, a_3, \ldots$ је *геометријски* ако је количник било која два узастопна члана тог низа константан. Геометријски низ је потпуно одређен својим првим чланом a_1 и количником узастопних чланова q: $a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, \ldots$.

га виђате на овом месту, то би морао да буде први пример његове употребе. Потпуно природан закључак да ћемо на овај начин на крају имати више него ако сваке године скидамо „кајмак" је, у ствари, чувена *Бернулијева неједнакост*[2].

ЗАДАТАК 2. Шта би било да сте 700 000 евра из првог задатка оставили у банци 10 година без узимања камате?

НАПОМЕНА. **7-10 правило.** Након 10 година са каматном стопом 7% свота се приближно удвостручи. Интресантно је то што се након 7 година са каматном стопом 10% свота такође приближно удвостручи.

ЗАДАТАК 3. Претурајући по тавану, нашли сте прадедину штедну књижицу из времена када је живео у Америци. Отворите је и видите да је он 1917. године заборавио да подигне са штедње 10\$. Банка у којој је штедео даје камату 6% годишње.

Питање. Колико тих 10\$ вреде сада? Шта би се десило да је, уместо што је тих 10\$ ставио у банку, купио акције чија вредност скаче месечно 2%?

Садашња вредност новца

Како проценити вредност неке инвестиције? Да бисмо одговорили на ово питање морамо се најпре позабавити питањем колико вреди новац у зависности од времена када нам је доступан.

Пријатељ вам даје данас 100 евра, а ви му враћате након годину дана тих 100 евра. Да ли тих 100 евра које сте му вратили вреде исто колико и 100 евра које вам је он позајмио?

Разлог због кога је претходни пример добар јесте поимање да новац, као и сваки други финансијски дериват, нема само једну димензију, већ по временској координати он мења вредност. Велики проценат факултетски образованих људи нема ову димензију новца у виду, иако свако од њих има рачун у банци, штеди или подиже кредите.

Наставимо са поменутим проблемом. Колико би требало да вратите пријатељу да би то било фер? Одговор на ово питање зависи од тога колика је камата на *улагање без ризика*. Ако је та камата 5%, онда је фер да ви свом пријатељу вратите 105 евра. 100 евра данас, дакле, вреде више него 100 евра за годину дана. Колико 100 евра које нам неко нуди за годину дана вреде данас? (Камата на сигурно улагање је 5%.)

Одговор: $\frac{100}{1,05}$.

Зашто баш оволико? Тај број, када помножимо са $1,05$ добијамо тачно 100 евра, односно, када бисмо ту своту уложили уз камату од 5%, за годину дана бисмо добили 100 евра.

Размотримо сада општије питање. Колико вреди данас сума која ће за годину дана

[2] *Бернулијева неједнакост*: ако $h \in \mathbb{R}$, $h > -1$, тада за свако $n \in \mathbb{N}$ важи неједнакост $(1+h)^n \geq 1 + nh$.

вредети X евра, ако је безризична каматна стопа $100p\%$ (односно, интерес је p)?

Одговор: $\dfrac{X}{1+p}$.

Ово постаје X када га помножимо са $(1+p)$.

Размотримо сада још општије питање. Колико вреди данас сума која ће за n година вредети X евра, ако је безризична каматна стопа $100p\%$ (односно, интерес је p)?

Приметите да овде постављамо темеље за напредну математику, где се са примера из стварног живота прелази на математичко заснивање уопштене теорије. Тек у овом тренутку постаје јасно „одакле долазе формуле".

Одговор: $\dfrac{X}{(1+p)^n}$.

Ово постаје X када га помножимо са $(1+p)^n$.

Ток ѓотовоѓ новца прати наша улагања и зараду током времена. Рецимо да инвестирамо у нову машину (нпр. машина за штампање флајера за журке) 10 000 евра. За годину дана на тој машини зарадимо 3 000 евра, наредне године 3 500, затим 2 500 и на крају је продамо за 6 000 евра. Ток готовог новца ове инвестиције би изгледао овако:

$$CF = (-10\,000, 3\,000, 3\,500, 2\,500, 6\,000).$$

Скраћеница CF је од енглеских речи cash flow.

Како да проверимо да ли је претходно описано улагање исплативо? Или, ако имамо понуду за још неко улагање, како да проценимо које је исплативије? Одговор на претходно питање нам даје израчунавање нето садашње вредности тока готовог новца, у ознаци NPV (Net Present Value).

Размотримо поново претходно улагање. Садашња вредност 10 000 евра које улажемо данас је, наравно, 10 000 евра. А шта је са осталим сводама? Њихова садашња вредност зависи од каматне стопе. Нека је каматна стопа 5%. Тада првих 3 000 евра које ћемо зарадити од машине вреди $\dfrac{3000}{1,05}$ данас. Следећих 3 500 које ћемо зарадити након 2 године вреди $\dfrac{3500}{1,05^2}$ данас, итд. Нето садашња вредност овог тока готовог новца је:

$$NPV = -10000 + \frac{3000}{1,05} + \frac{3500}{1,05^2} + +\frac{2500}{1,05^3} + \frac{6000}{1,05^4} \approx 3128.$$

Дакле, нето садашња вредност ове инвестиције је позитивна, што значи да је инвестиција исплатива. У случају да је NPV била мања од нуле, то би значило да се инвеститору више исплати да новац уложи без ризика у банку. Дакле, таква инвестиција није исплатива.

Размотримо за крај један веома познат ток готовог новца: кредит. Шта се дешава када узмемо кредит од K евра са каматном стопом $100p\%$ на n година. Једноставности ради, претпоставимо да кредит враћамо у n једнаких годишњих рата. Нека је та рата (ануитет) једнака A. Ток готовог новца који прати кредит је онда

$(K, -A, -A, \dots, -A)$. Оног тренутка кад вратимо кредит, ми и банка смо на нули – нико ником не дугује. Дакле, NPV овог тока је једнака нули, тј.

$$NPV = K - \frac{A}{1+p} - \frac{A}{(1+p)^2} - \dots - \frac{A}{(1+p)^n} = 0,$$

односно

$$K = \frac{A}{1+p} + \frac{A}{(1+p)^2} + \dots + \frac{A}{(1+p)^n}.$$

Сума са десне стране једнакости је сума геометријског низа[3] са првим чланом $\frac{A}{1+p}$ и количником $\frac{1}{p+1}$. Сумирањем овог низа добијамо да је:

$$A = K \cdot \frac{p(1+p)^n}{(1+p)^n - 1}.$$

Јасно вам је да је једноставна математика „враћања кусура" далеко иза нас. Ви, ученици и ми у овом тренутку баратамо врло озбиљним финансијским моделима који захтевају напредно математичко знање. Ово јесте прави пример математике за живот, нимало једноставне, али оне са којом се сусрећемо сваки дан.

Са аспекта друштва, увођење финансијске писмености у програме математике доводи до охрабрења компетиције и иновације услед образоване потрошачке свести, смањивање непредвидивих реакција појединаца које могу довести до нестабилности тржишта и смањење државних буџета намењених за помоћ социјално угроженима. Такође, различити фактори утичу на повећање потреба за увођењем финансијске писмености у већ постојеће математичке курикулуме: преношење одговорности са владе и државних апарата на појединце (пензије, социјално и здравствено осигурање), повећано интересовање за опционо и продужено пензионисање, јак утицај нових технологија флуктуације новца.

Последњих десетак година велики број радова из финансија се бави одлукама такозваних ирационалних субјеката финансијског тржишта. То су сви учесници на тржишту који доносе одлуке које се тичу сопственог капитала које нису довољно рационалне. Показује се да је уз учешће оваквих субјеката финансијско тржиште много нестабилније, него у случају када би број рационалних учесника био преовлађујући. Наравно, у потпуности је јасно да у овом тренутку сваки појединац јесте учесник финансијског тржишта, у мањој или већој мери, и да самим тим утиче на његову стабилност и, у крајњем, на стабилност света уопште. Због тога је веома важно да школски систем обезбеди сваком појединцу задовољавајући ниво финансијске писмености.

* * *

[3] Ако је $q \neq 1$ и $S_n = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \dots + a_1 q^{n-1}$ (збир првих n чланова геометријског низа $a_1, a_1 q, a_1 q^2, a_1 q^3, \dots$), онда је $S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$.

Статијата прв пат е објавена во списанието Тангента на ДМ на Србија во 2012/13 година