

Milenko Sevdic (Zagreb)

ŠATOR KAO MATEMATIČKI PROBLEM

U životu se i danas šatori vrlo mnogo upotrebljavaju zbog svoje praktičnosti. I sami ste možda za vrijeme logorovanja ili ljetovanja spavali ili boravili pod šatorima, ali je, vjerojatno, malo tko od vas pomislio da u problemu šatora imamo primjer za matematička razmatranja. Htio bih upravo da na ovakvom konkretnom primjeru vidite, kako matematika nalazi primjenu u rješavanju stvarnih problema, što ih namjeće život i praksa.

Šatori su vrlo raznoliki. Ima ih već gotovih, koje treba samo razapeti. Našu će pažnju, međutim, privući oni šatori, koji se prema potrebi sastoje od licu mjesta iz unaprijed pripremljenih takozvanih šatorskih krila. Ta krila imaju obično oblik kvadrata ($a=1,65$ m) ili istokračnog trokuta ($a=2,5$ m, $b=2,27$ m). Oblik samog sastavljenog šatora je opet uvjetovan svrhom, kojoj je namijenjen. Jedni služe za stanovanje i dnevni boravak, dok su drugi određeni za spavanje. Prema tome će se kod šatora za spavanje ići za tim, da se postigne što veća osnovna ploha*, dok će se kod šatora za stanovanje morati ići za tim, da se postigne nužna i dovoljna visina, odnosno što veći volumen (pod volumenom se može razumijevati količina raspoloživog uzduha u šatoru). Kod šatora za spavanje mora se opet pripaziti na kut, pod kojim su nagnute pobočne plohe. Taj kut ne smije biti premalen, jer se tada šator ispod tih ploha ne bi mogao potpuno iskoristiti za spavanje. Praksa je pokazala da taj kut ne treba da bude manji od 30° .

U ovom članku, naravno, neće se moći sistematski obraditi sve moguće kombinacije u sastavljanju šatora, nego ćemo uzeti u obzir samo neke šatore koji se sastoje od šatorskih krila kvadratnog oblika.

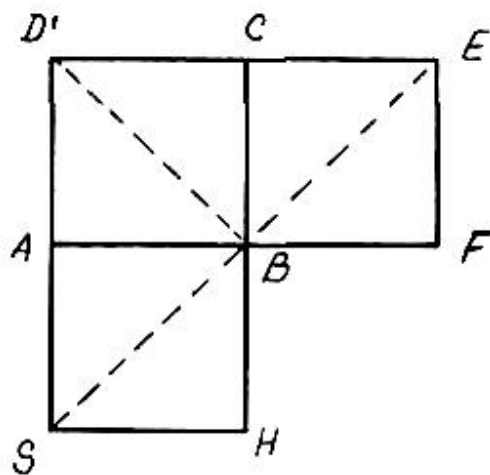
Šator od 3 šatorska krila

Postavimo šator na sljedeći način.

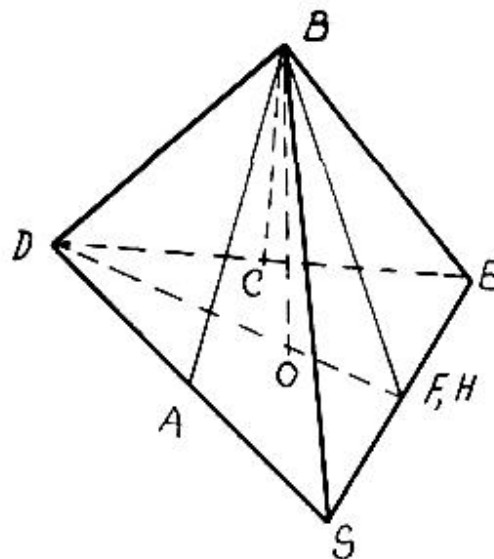
Položimo 3 kvadratna šatorska krila na zemlju i sastavimo ih duž rubova AB i CD onako kao što se to vidi na sl. 1. Zatim učvrstimo tako dobijeni spoj triju krila u tački D i počnimo ga podizati tako da tačka B kruži oko tačke D ostajući stalno u istoj vertikalnoj ravni, a puštajući pri tom da se šator »sam sklapa«. Dobit ćemo trostranu

* Kod odraslog čovjeka uzima se kao potrebna veličina osnovice za spavanje pravokutnik duljine 2 m i širine 0,75 m.

piramidu (sl. 2) koja će za bazu imati istostraničan trokut. Taj trokut ima stranicu $2a=3,30$ m. Pobočni bridovi trostrane piramide jesu upravo dijagonale šatorskih krila (na sl. 1 naznačene točkicama),



Sl. 1

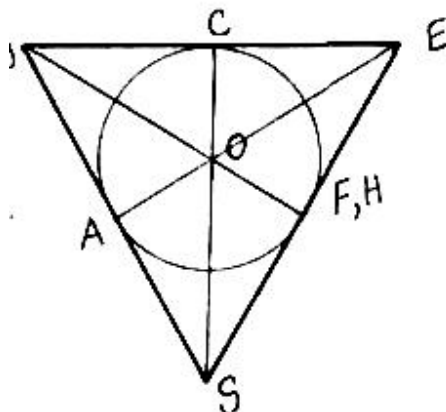


Sl. 2

tj. $d = a\sqrt{2} = 2,33$ m. Prema tome će osnovna ploha, koja je istostraničan trokut stranice $2a$, imati površinu:

$$B = \frac{(2a)^2}{4} \sqrt{3} = a^2 \sqrt{3} = 4,72 \text{ m}^2.$$

Visinu piramide, tj. visinu šatora, dobit ćemo iz pravouglog trokuta, što ga čini pobočni brid d , visina h i polumjer r kružnice, koja je opisana oko osnovke (sl. 3). Budući da je naš trokut istostraničan sa stranicom $2a$, imamo:



Sl. 3

$$r = \frac{2}{3} h = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Primjenjujući Pitagorin poučak na pravokutni trokut DOB (sl. 2) dobija se:

$$h = \sqrt{d^2 - r^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{12a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{6}}{3} = 1,35 \text{ m}.$$

Sada možemo izračunati i volumen, te količinu uzduha u šatoru:

$$V = \frac{Bh}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{3} = 2,12 \text{ m}^3.$$

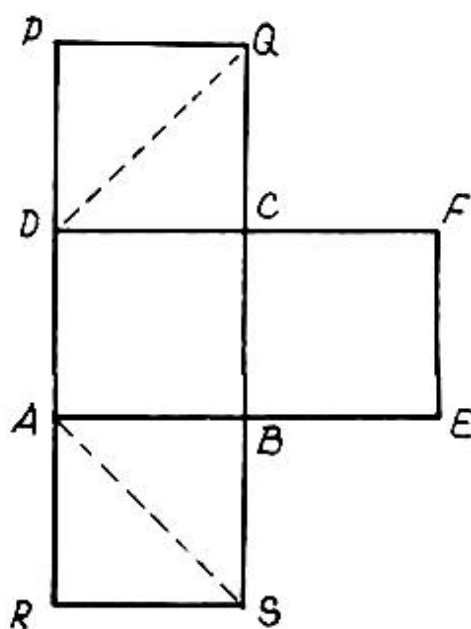
Oдавде se vidi da je ovakav šator podesan samo za spavanje dvije osobe. Za podizanje ovakvog šatora neophodna je samo jedna motka, duljine $h=1,35 \text{ m}$, i kočici za učvršćivanje šatorskih krila u točkama G , E i D za zemlju; ali će šator biti stabilniji i udobniji ako se upotrebe 3 motke duljine $d=2,35 \text{ m}$ i postave ispod bridova DB , EB i GB .

Ako se P_g označimo površinu što je gubimo kad moramo preklopiti šatorska krila, vidimo da u našem primjeru nemamo preklapanja, pa je stoga $P_g=0$.

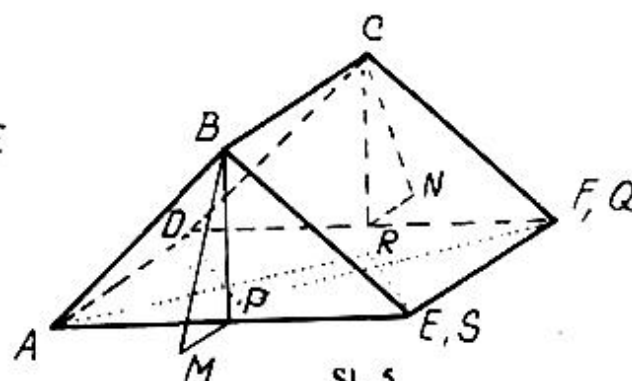
Šator od 4 šatorska krila

a) Postavimo sad šator na sljedeći način.

Položimo 4 kvadratna šatorska krila na zemlju i sastavimo ih onako kao što se to vidi na sl. 4. Ako tako dobijeni spoj šatorskih krila učvrstimo u tačkama A i D , pa ga zatim podižemo tako da tačke B i C kruže oko tačkama A i D , ostajući u istim vertikalnim ravnima sve dok trokuti ABS i DCQ ne »zatvore šator« s boka, tj. dok se ne dobije šator kakav se vidi na sl. 5. Taj šator ima oblik položene trostrane prizme, kod koje su baze (zabati



Sl. 4



Sl. 5

šatora) istokračni trokuti sa kracima duljine $a=1,65 \text{ m}$ i osnovice d (dijagonale krila) $a\sqrt{2}=2,33 \text{ m}$.

Osnovna ploha B šatora je pravokutnik sa stranicama a i d . Prema tome je $B = a \cdot d = a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2} = 3,85 \text{ m}^2$.

Visina šatora je upravo polovina dijagonale

$$h = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = 1,17 \text{ m}.$$

Prema tome je površina zabata

$$P = \frac{d \cdot h}{2} = \frac{a^2}{2} = 1,36 \text{ m}^2.$$

Volumen šatora dobije se kao volumen prizme koja ima bazu P i visinu $V=a$, tj.:

$$V = P \cdot v = \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{2} = 2,25 \text{ m}^3.$$

U ovom slučaju uslijed preklapanja imamo gubitak površine šatorskih krila koji se sastoji od dvije polovine kvadrata, dakle je $P_g = a^2$. To je upravo četvrti dio ili 25% od površine sva četiri šatorska krila, što znači da su u ovom slučaju stvarno iskorišćena samo 3 šatorska krila. Sem toga se vidi da je u ovom slučaju šator za 18 cm niži nego u prethodnom slučaju i da mu je osnova za $0,87 \text{ m}^2$ manja nego kod pomenutog trougaonog šatora, ali da mu je zapremina ipak veća za 13 cm^3 .

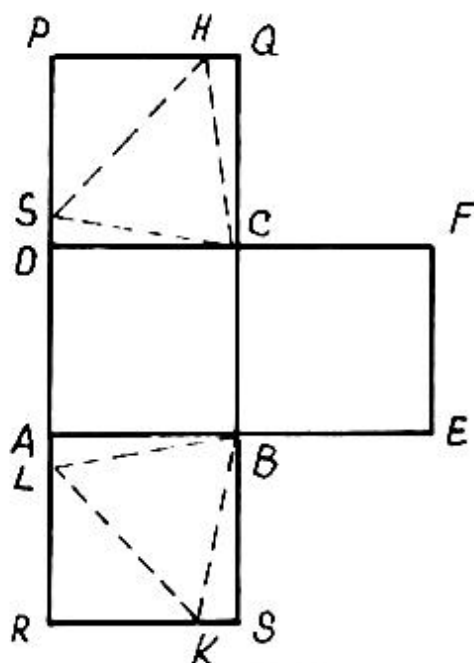
Šator je, očigledno, podesan samo za spavanje dveju osoba. Za njegovo postavljanje neophodne su samo dvije motke i klinovi za pričvršćivanje šatorskih krila za zemlju, kao i dva konopca. Ali je šator stabilniji ako se upotrebe četiri motke, koje se stavljaju pod bridove AB , EB , FC i DC .

b) Kao što se vidi, navedeni način postavljanja šatora je neracionalan. Stoga možemo postaviti pitanje: da li bi se 4 šatorska krila mogla iskoristiti tako da se dobije šator za barem 3 lica?

Imajmo u vidu da šator u kome bi spavala 3 lica treba da ima osnovku sa dimenzijama bar $a=2,10 \text{ m}$ i $b=2 \text{ m}$. Zbog toga ispresavijajmo 4 spcjena šatorska krila onako kao što se vidi na sl. 6, s tim da je $DG = HQ = AL = KS = 0,25 \text{ m}$, i postavimo šator kakav se vidi na sl. 7. Duljina toga šatora biće $GL = EF = 1,65 + 2 \cdot 0,25 = 2,15 \text{ m}$, a širina će mu biti $LK = GK = (1,65 - 0,25)\sqrt{2} = 1,40\sqrt{2} = 1,98 \text{ m}$.

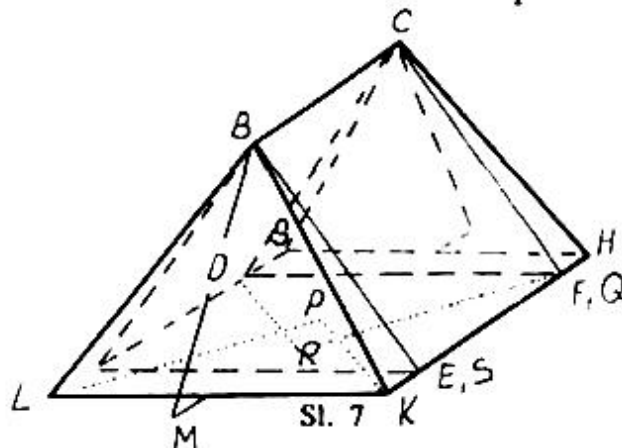
Prema tome, u ovom šatoru bi već mogla da prenoće 3 lica, s tim što bi sada motke za podizanje šatora trebalo svakako postaviti ispod

rubova dvaju krila sastavljenih duž BC , tj. ispod DC , FC , AB i EB , a šator bi trebalo pričvrstiti za zemlju u tačkama A , L , K , E , F , H , G i D .



Sl. 6

I, da završimo. Kao što ste videli, spajanjem većeg broja šatorskih krila mogu se dobiti šatori raznih oblika i veličine. Pri tom je uvijek važno da se prilikom sklapanja šatora što manje gubi, tj. da što manji dio šatorskih krila ide na podavi-



Sl. 7

janje. A sada pokušajte sami da napravite još kakve kombinacije, i to ne samo sa šatorskim krilima kvadratnog oblika, nego i sa onima koja imaju oblik istokračnog trougla.*

Zadaci

1. Ispitajte da li su kod trostranog šatora, predstavljenog na sl. 2, pobočne plohe nagnute prema osnovki šatora za manje ili za više od 30° . Da li u tom šatoru mogu dvije osobe da polože na pod svoja gumena ležišta, dužine 1,90 m i širine 0,70 m tako, da ta ležišta ne prelaze jedno preko drugog?

2. Izračunajte visinu četvorokrila šatora, predstavljenog na sl. 7, i na osnovu toga ispitajte da li su njegove pobočne plohe nagnute prema bazi šatora za više ili za manje od 30° .

3. Ako se od 3 šatorska krila, oblika istokračnog trougla uobičajenih dimenzija ($a=2,50$ m, $b=2,27$ m) načini trostran šator, kolika će biti njegova visina; hoće li nagib pobočnih ploha prema osnovki biti veći ili manji od 30° i da li će na podu tog šatora moći potpuno da se razastre jedan ležaj za spavanje, dužine 1,90 m i širine 0,70 m?

4. Kakve biste još šatore mogli načiniti od šatorskih krila kvadratnog oblika odnosno od šatorskih krila koja imaju oblik trougla?

Статијата прв пат е објавена во списанието Математички лист на ДМ на Србија