XXVIII РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

IV одделение – деветтолетка

Задача 1. Колку има трицифрени броеви кои се читаат исто од лево кон десно и од десно кон лево?

Решение. *Прв начин.* Бидејќи трицифрениот број треба да се чита исто од лево кон десно и обратно, значи дека првата и третата цифра треба да бидат еднакви т.е. бројот е од облик $\overline{xyx}$. Прва цифра во трицифрен број не може да биде нула, па на место на x може да стои еден од броевите 1,2,3,4,5,6,7,8 или 9, т.е. вкупно 9 можности. Средната цифра y може да биде и нула т.е. една од цифрите 0,1,2,3,4,5,6,7,8 или 9, значи вкупно 10 можности. Па според тоа има вкупно $9\cdot 10=90$ такви броеви.

Втор начин. Ученикот може да се обиде и да ги испише броевите. Ако испишал некои од нив добива 10 поени, а ако ги испишал сите 90 броеви, ги добива сите 20 поени.

Задача 2. Дедото и внукот имаат заедно 65 години. Колку години има дедото, а колку внукот ако се знае дека внукот има толку месеци колку што дедото има години?

Решение. *Прв начин.* Годината има 12 месеци, па дедото е постар од внукот 12 пати. Ако внукот има x години, тогаш дедото има $12x$ години, значи

$$12x+x=65,\quad 13x=65;\ x=65:13;\ x=5$$

т.е. внукот има 5 години, а дедото 60 години.

Втор начин. Годината има 12 месеци, па дедото е постар од внукот 12 пати.

$$1\cdot 12=12, 1+12\neq 65$$
$$2\cdot 12=24, 2+24\neq 65$$
$$3\cdot 12=36, 3+36\neq 65$$
$$4\cdot 12=48, 4+48\neq 65$$
$$5\cdot 12=60, 5+60=65$$

Значи внукот има 5, а дедото 60 години.

Задача 3. Таткото на своите 5 синови им дал 650 денари, и им рекол да си ги поделат така што секој од нив добие 30 денари помалку од непосредно постариот. По колку денари ќе добие секој од нив

Решение. Нека парите кои ги добил најмалиот син ги означиме со x. Тогаш другите четири синови ќе добијат $x+30, x+60$, $x+90$, $x+120$. Значи

$$x+x+30+x+60+x+90+x+120=650, \text{ т.е } 5x+300=650,$$

односно $x=70$. Па така синовите почнувајќи од најмалиот ќе добијат по 70, 100, 130, 160, 190 денари соодветно.

Задача 4. Илина цртала сино, бело и црвено кругче во дадениот редослед. Какво кругче ќе нацрта Илина стотиот пат?

Решение.Бројот 100 може да се претстави во облик $3\cdot 33+1$. Значи, Илина во првите 99 цртања ќе ги нацрта синото, белото и црвеното кругче 33 пати последователно во дадениот редослед. Според тоа, во 100-тото цртање треба да нацрта сино кругче.

Задача 5. Определете го збирот на периметрите на сите различни правоаголници кои што можат да се образуваат од девет квадрати со должина на страна $1\,\text{cm}$ (при конструкција на правоаголниците не е задолжително да учествуваат сите квадрати).

Решение. Нека a и b се должините на страните на соодветниот правоаголник. Ако $a=1$, тогаш $b\in\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Ако $a=2$ тогаш $b\in\{2,3,4\}$. Ако пак $a=3$ тогаш $b=3$. Сега, бараниот збир е еднаков на

$$\begin{aligned} A &= 2(1+1)+2(1+2)+2(1+3)+2(1+4)+2(1+5)+2(1+6)\\ &\quad +2(1+7)+2(1+8)+2(1+9)+2(2+2)+2(2+3)+2(2+4)+2(3+3)\\ &=156. \end{aligned}$$

IV одделение – осмолетка

Задача 1. На вкупно 21 дете се разделени 200 ореви. Покажете дека како и да се разделени оревите, ќе постојат деца што добиле ист број на ореви.

Решение. Ако сите деца добиле различен број на ореви тогаш треба да имаме најмалку

$$\begin{aligned} A &= 0+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+ \\ &\quad +11+12+13+14+15+16+17+18+19+20 \\ &= (20+1)+(19+2)+(18+3)+(17+4)+(16+5)+ \\ &\quad +(15+6)+(14+7)+(13+8)+(12+9)+(11+10) \\ &= 21\cdot 10 = 210 \end{aligned}$$

ореви. Но тоа е во спротивност со претпоставката дека има вкупно 200 ореви.

Задача 2. Едно куче, едно маче и едно зајаче имаат маса од 17 кг, две кучиња, едно маче и едно зајаче 29 кг, а две кучиња, три мачиња и едно зајаче 35 кг. Колкави се масите на едно куче, едно маче и едно зајаче ?

Решение. Во вториот збир на масите имаме едно куче повеќе отколку во првиот збир, па така разликата на масите од вториот збир и првиот збир ќе ни ја даде масата на едно куче, т.е $29-17=12$кг. Во третиот збир имаме 2 мачиња повеќе отколку во вториот збир , па така масата на две мачиња ќе биде разликата $35-29=6$кг, од каде масата на едно маче е 3кг. Од првата равенка имаме дека масата на едно зајаче е $17-(12+3)=2$ кг.

Задача 3. Филип купил 100 бонбони по цена 5 бонбони за 7 денари, а потоа сите ги продал по цена 2 бонбони за 3 денари. Колку денари заработил Филип?

Решение. Филип 100-те бонбони ги купил за $(100:5)\cdot 7=140$ денари, а за нив добил $(100:2)\cdot 3=150$ денари. Според ова Филип заработил $150-140=10$ денари.

Задача 4. Определете го збирот на периметрите на сите различни правоаголници кои што можат да се образуваат од девет квадрати со должина на страна $1\,cm$ (при конструкција на правоаголниците не е задолжително да учествуваат сите квадрати).

Решение.Нека a и b се должините на страните на соодветниот правоаголник. Ако $a=1$, тогаш $b\in\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Ако $a=2$ тогаш $b\in\{2,3,4\}$. Ако пак $a=3$ тогаш $b=3$. Сега, бараниот збир е еднаков на

$$\begin{aligned} A &= 2(1+1)+2(1+2)+2(1+3)+2(1+4)+2(1+5)+2(1+6) \\ &\quad +2(1+7)+2(1+8)+2(1+9)+2(2+2)+2(2+3)+2(2+4)+2(3+3) \\ &= 156. \end{aligned}$$

Задача 5. На градскиот пазар $3kg$ јаболка чинат исто колку и $2kg$ круши а $2kg$ круши исто колку и $1kg$ цреши. Ѓорѓи купил $5kg$ јаболка, Иван купил $3kg$ цреши а Филип $3kg$ круши. Кој од нив потрошил најмногу пари? Одговорот да се образложи.

Решение. Бидејќи $3kg$ јаболка чинат исто колку и $2kg$ круши следува дека $15kg$ јаболка чинат исто колку и $10kg$ круши. Според ова $5kg$ јаболка (една третина од 15) чинат повеќе од $3kg$ круши (помалку од една третина од 10). Значи Ѓорѓи потрошил повеќе пари од Филип.

Понатаму бидејќи $3kg$ јаболка чинат исто колку и $1kg$ цреши следува дека $6kg$ јаболка ќе чинат исто колку и $2kg$ цреши, па имаме дека $5kg$ јаболка чинат помалку од $2kg$ цреши а тие чинат помалку од $3kg$. Значи Иван потрошил повеќе пари од Ѓорѓи. Според ова најмногу пари потрошил Иван.

V одделение

Задача 1. Еден дрвен квадар со должини на рабовите природни броеви има волумен $250\ \mathrm{cm}^2$. Се една пила тој е расечен на два дела кои се две еднакви коцки. Колкава е плоштината на квадарот?

Решение. Секоја од коцките има волумен $250:2=125\ \mathrm{cm}^3$. Ако a е раб на коцката, тогаш $a^3=125$, односно $a=5\ \mathrm{cm}$. Значи рабовите на квадарот се $a,a,2a$, т.е. $5\ \mathrm{cm}, 5\ \mathrm{cm}, 10\ \mathrm{cm}$, а неговата плоштина е еднаква на $P=2(5\cdot 5+5\cdot 10+5\cdot 10)\ \mathrm{cm}^2=250\ \mathrm{cm}^2$.

Задача 2. Располагаме со два часовници кои мерат 7 минути и 11 минути. Едно јајце се вари 15 минути. Како да се измери тоа време со двата песочни часовници?

Решение. Двата песочни часовници ќе ги пуштиме да го мерат времето во ист момент. Кога ќе истече песочниот часовник од 7 минути го ставаме јајцето да се вари. На ругиот часовник му преостануваат уште 4 минути за да истече. После неговото истечување одма го пуштаме уште еднаш да измери 11 минути. Бидејќи $4+11=15$, после неговото истекување, јајцето ќе биде сварено.

Задача 3. Дадено е множеството $A=\{1,17,5,7,2,13,23\}$. Ѓорѓи за секое двоелементно подмножество од A на табла го запишува помалиот број од избраните два кои се во тоа подмножство. Да се одреди збирот на броевите кои Ѓорѓи ги запишал на таблата.

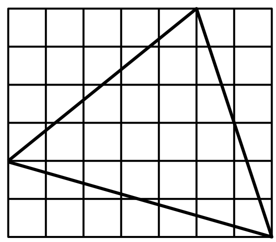
Решение. Ѓорѓи за подмножествата $\{1,2\},\{1,5\},...,\{1,23\}...$ по ред ќе ги запишува броевите 1, 1, 1, 1, 1, 1.... Бидејќи $A=\{1,2,5,7,13,17,23\}$ секој број Ѓорѓи ќе го запише на таблата онолку пати колку што има елементи после него (ако ги гледаме дадените броеви во растечки редослед од лево кон десно) т.е. бараниот збир ќе биде

$$6\cdot 1+5\cdot 2+4\cdot 5+3\cdot 7+2\cdot 13+1\cdot 17=6+10+20+21+26+17=100.$$

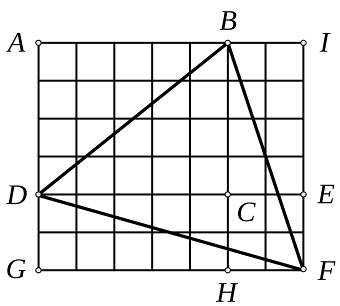
Задача 4. Да се најде најголемиот природен број кај кој било кои две соседни цифри, во дадениот редослед, формираат број делив со 23.

Решение. Двоцифрени броеви кои се деливи со 23 се $23, 46, 69$ и 92. Ако бројот започнува со 92 тогаш бројот е 923. Ако започнува со 69 имаме дека бројот е 6923, ако започнува со 46 добиваме дека бројот е 46923. Останува можноста кога бараниот број започнува на 23 и добиваме дека е 23. Па бараниот број е 46923.

Задача 5. Определи ја плоштината на триаголникот на цртежот (без да се мерат потребните должини), ако секое од квадратчињата има плоштина 1 cm^2.



Решение. Плоштината на триаголникот ќе ја пресметаме како разлика на плоштината на квадратот и триаголниците $\triangle ADB$, $\triangle BIF$ и $\triangle DFG$.



Плоштините на триаголниците $\triangle ADB$, $\triangle BIF$ и $\triangle DFG$ ќе ги пресметаме како половина од плоштините на правоаголниците $ABCD$, $BIFH$ и $DEFG$ соодветно.

Значи, плоштината на бараниот триаголник е

$$P=42-\tfrac{1}{2}(5\cdot 4+2\cdot 6+7\cdot 2)=42-23=19\,\text{cm}^2.$$

VI одделение

Задача 1. Еден молер бои 1 m^2 за 35 минути, а друг молер бои 1 m^2 за 42 минути. Молерите почнуваат заедно да бојат две исти згради (со исти површини-плоштини). Откако завршил првиот, на вториотму останале уште 52 m^2.за боење.Колкава е површината на зградите.

Решение. Нека зградите имале површина од $x\,\mathrm{m}^2$. Условите на задачата ја даваат равенката $35x = 42(x-52)$, одк каде добиваме $x = 312\,\mathrm{m}^2$

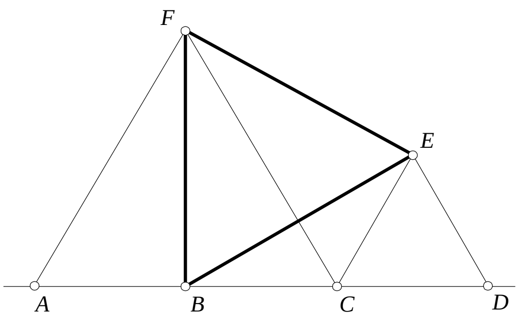
Задача 2.Точките A, B, C, D припаѓаат на иста права во зададениот редослед, при што $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$. Од истата страна на правата се избрани точките E и F, такви што $\triangle ACF$ и $\triangle CDE$ се рамнострани. Докажи дека триаголникот BEF е рамностран.

Решение. Бидејќи

$$\measuredangle BCF = \measuredangle ECD = 60^\circ,$$

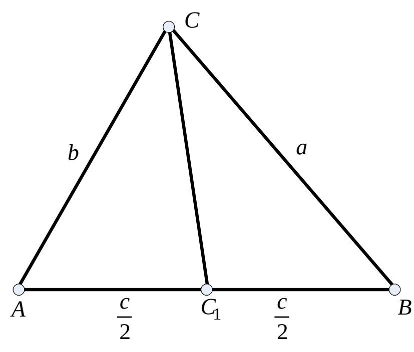
добиваме

$$\measuredangle FCE = 180^\circ - \measuredangle BCF - \measuredangle ECD$$
$$= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$



Триаголникот CDE е рамностран, па затоа $\overline{EC} = \overline{CD} = \overline{CB}$. Триаголниците BCF и ECF имаат по две исти страни $\overline{BC} = \overline{CE}$, FC е заедничка страна и еднаков агол (што тие страни го зафаќаат). Според тоа $\triangle FCB \cong \triangle FCE$, од каде добиваме $\overline{FB} = \overline{FE}$. Бидејќи $\measuredangle BFC = \measuredangle CFE = 30^\circ$, имаме $\measuredangle BFE = 60^\circ$. Значи, $\triangle FBE$ е рамностран .

Задача 3. Докажи дека тежишната линија спуштена од темето C кон основата е помала од полупериметарот на триаголникот.



Решение. Од триаголникот $\triangle ACC_1$ имаме дека $t_c < b + \frac{c}{2}$, а од триаголникот $\triangle BCC_1$ имаме дека $t_c < a + \frac{c}{2}$. Ако ги собереме овие две неравенства добиваме $2t_c < a+b+c$, од каде $t_c < \frac{L}{2}$.

Задача 4. Броевите

$$x = a-2b+2010,\ y = 2b-3c+2010 \text{ и } z = 3c-a+2010$$

се последователни цели броеви. Да се одредат x, y и z.

Решение. Нека

$$a-2b+2010 = k-1\ \ 2b-3c+2010 = k \text{ и } 3c-a+2010 = k+1$$

каде $k \in \mathbb{Z}$. Ако ги собереме овие идентитети добиваме $3k = 3\cdot 2010$ од каде следува дека $k = 2010$. од каде лесно се добива дека

$$x = 2009,\ y = 2010 \text{ и } z = 2011.$$

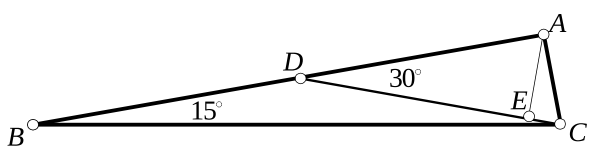
Задача 5. Нека е дадена 5×5 квадратна табла. Во секое поле од таблата е запишан по точно еден од броевите 1 и -1 на тој начин што производот на елементите од секоја редица е негативен. Покажи дека постои колона таква што производот на елементите од нејзините полиња е негативен.

Решение. Производот на елементите во целата квадратна табла е еднаков на производот на редиците. Бидејќи знаеме дека сите тие имаат негативен производ, а се 5 на број следи дека производот на елементите во целата квадратна табла е негативен. Значи на таблата има непарен број на -1. Па ако прозиводот на елементите во секоја колона е позитивен значи во секоја колона има парен број на -1, па тогаш на таблата ќе има парен број на -1, но веќе видовме дека има непарен број на -1. Значи постои колона со производ на елементите во неа кој е негативен.

VII одделение

Задача 1. Пресметај ја плоштината на правоаголен триаголник ако должината на неговата хипотенуза е c, а еден негов остар агол има 15°.

Решение. Нека ABC е правоаголен триаголник со хипотенуза $\overline{AB} = c$ и остар агол $\measuredangle ABC = 15^\circ$.



Средината на хипотенузата AB ќе ја означиме со D. Според тоа $\overline{BD} = \overline{AD} = \overline{CD} = \frac{c}{2}$, и триаголни-ците CDB и ADC се рамнокраки со основи BC и AC. Аголот $\measuredangle ADC$ е надворешен агол за триагол-никот CDB, па според тоа

$$\measuredangle ADC = 2\measuredangle DBC = 2\cdot 15^\circ = 30^\circ .$$

Отсечката AE е висина на триаголникот ADC (види цртеж). Според тоа, триаголникот DEA е правоаголен со остри агли $\measuredangle ADE = 30^\circ$ и $\measuredangle DAE = 60^\circ$, од каде добиваме дека $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\cdot\frac{c}{2} = \frac{c}{4}$.

За триаголникот CAD имаме

$$P_{\Delta ADC} = \frac{1}{2}\cdot\frac{c}{2}\cdot\frac{c}{4} = \frac{c^2}{16} .$$

Триаголниците $\triangle CAD$ и $\triangle CDB$ имаат еднакви плоштини, па според тоа

$$P_{\triangle ABC} = P_{\triangle ADC} + P_{\triangle CDB} = 2P_{\triangle ADC} = 2\cdot\frac{c^2}{16} = \frac{c^2}{8} .$$

Задача 2. Определи ја вредноста на $\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{y^2+1}+\frac{2}{xy+1}$, ако $x \neq y$ и $\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{y^2+1}=\frac{2}{xy+1}$.

Решение. Даденото равенство, можеме да го запишеме во облик

$$\frac{1}{x^2+1}-\frac{1}{xy+1}=\frac{1}{xy+1}-\frac{1}{y^2+1}$$

$$\frac{x(y-x)}{(x^2+1)(xy+1)}=\frac{y(y-x)}{(y^2+1)(xy+1)}$$

Бидејќи $x \neq y$ и $xy+1 \neq 0$, го добиваме равенството $\frac{x}{x^2+1}=\frac{y}{y^2+1}$, кое е еквивалентно со равенството:

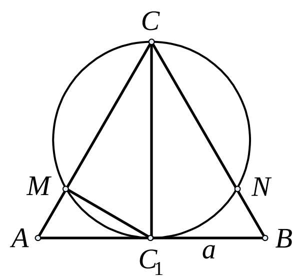
$$(xy-1)(x-y)=0.$$

Од тоа што $x-y \neq 0$, добиваме $xy-1=0$, т.е. $xy=1$. Сега

$$\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{y^2+1}+\frac{2}{xy+1}=\frac{2}{xy+1}+\frac{2}{xy+1}=\frac{4}{1+1}=2$$

Задача 3. Дијаметарот на една кружница е висина на рамностран триаголник. Кружницата сече две страни на триаголникот. Во кој однос се поделени страните на триаголникот со пресечните точки?

Решение. Нека $\triangle ABC$ е рамностран, CC_1 е дијаметарот на кружницата, а M и N се пресечните точки на кружницата со страните AC и BC, соодветно. Според Талесова теорема, аголот $\measuredangle CMC_1 = 90^\circ$, од што следува дека и $\measuredangle AMC_1 = 90^\circ$. Ова значи дека $\triangle AC_1M$ е правоаголен триаголник и при тоа



$$\measuredangle AC_1M = 90° - 60° = 30°$$

Според тоа,

$$\overline{AM} = \tfrac{1}{2}\overline{AC_1} = \tfrac{1}{4}a, \quad \overline{CM} = \overline{AC} - \overline{AM} = \tfrac{3}{4}a \quad \Rightarrow \quad \overline{AM} : \overline{MC} = 1:3$$

Точката N е симетрична на точката M во однос на висината, па затоа

$$\overline{BN} : \overline{NC} = 1:3 .$$

Задача 4. Аритметичката средина на десет различни природни броеви е 12,5. Колкава најголема вредност може да има најмалиот од тие броеви? Одговорот да се образложи.

Решение. Нека дадените броеви се $a_1 < a_2 < ... < a_{10}$. Нивната аритметичка средина е $\frac{a_1+a_2+...+a_{10}}{10} = 12.5$ од каде следува дека

$$a_1 + a_2 + ... + a_{10} = 125 .$$

Бидејќи броевите $a_1, a_2, ..., a_{10}$ се природни имаме

$$a_2 \geq a_1 + 1,\ a_3 \geq a_2 + 1 \geq a_1 + 2\ ..., a_{10} \geq a_1 + 9 .$$

Сега имаме

$$125 = a_1 + a_2 + ... + a_{10} \geq a_1 + (a_1 + 1) + ... + (a_1 + 9) = 10a_1 + 45$$

т.е. $80 \geq 10a_1$, од каде следува дека $a_1 \leq 8$. Според ова , најмалиот од споменатите броеви може да биде најмногу 8.

Задача 5. Кој број е поголем 50^{50} или 339^{33}?

Решение. Непосредно имаме,

$$50^{50} > 49^{50} = (7^2)^{50} = 7^{100} > 7^{99} = (7^3)^{33} = 343^{33} > 339^{33} .$$

VIII одделение

Задача 1. Чаша кока кола, три сенвичи и седум кифли имаат цена од 127 денари. Чаша кока-кола, четири сендвичи и десет кифли имаат цена од 166 денари. Колку заедно чинат една чаша кока-кола, еден сендвич и една кифла?

Решение. Нека ги означиме цената на кока-колата со c, цената на сендвичот со s а цената на кофлата со k. Од условот на задачата имаме

$$c + 3s + 7k = 127$$
$$c + 4s + 10k = 166 .$$

Втората равенка можеме да ја запишеме во облик

$$(c + 3s + 7k) + (s + 3k) = 166 ,$$

од каде што добиваме

$$s+3k=166-127=39\ .$$

Ако ги собереме почетните равенки, добиваме

$$(c+3s+7k)+(c+4s+10k)=293,$$

односно

$$2(c+s+k)+5(s+3k)=293,$$

па од $s+3k=39$ имаме

$$2(c+s+k)+5\cdot 39=293,\text{ т.е. } c+s+k=98:2=49$$

Значи, еден сендвич, една кока-кола и една кифла заедно чинат 49 денари.

Задача 2. Секое од множествата P и Q се состои од различни природни броеви помали од даден природен број n. Вкупниот број на елементи на множествата P и Q не е помал од n. Докажи дека постојат броеви $p\in P$ и $q\in Q$ за кои важи $p+q=n$.

Решение.Да го означиме со R множеството од сите природни броеви од облик $n-t$, каде $t\in\mathbb{Q}$, т.е. $R=\{n-t\,/\,t\in Q\}$. Множеството R има онолку елементи колку што има и множеството Q. Освен тоа броевите во R се различни меѓу себе и помали се од n. Од условот во P и R заедно има најмалку n броеви па според тоа ќе постои број што припаѓа на P и број што припаѓа на R, т.е. постои $p\in P$ и $q\in Q$, такви што $p=n-q$, т.е. $p+q=n$.

Задача 3. Правоаголна мрежа 2×10 се пополнува со броевите од 1 до 20, на следниов начин. Во првиот ред се броевите од 1 до 10, разместени произволно. Во вториот се броевите од 11 до 20, и уште, ако бројот во некое поле од првиот ред е непарен тогаш бројот запишан во полето под него мора да биде парен. Да се докаже дека при било кое распоредување на броевите 1 до 20 секогаш постојат две колони со еднаков збир.

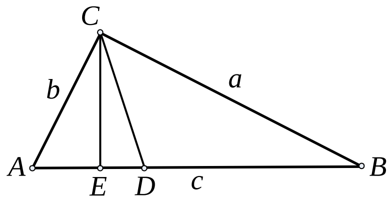
Решение. Бидејќи имаме по 5 парни и 5 непарни броеви во двата реда, и заради условот, двата броја во една ко5лона мора да се со различна парност.

Од каде имаме дека збирот на броевите во било која колона е непарен број, и е помеѓу $12=1+11$ и $30=10+20$, т.е. имаме 9 можности $(13,15,...,29)$. Но имаме 10 колони, па од Принципот на Дирхле барем две од нив имаат еднаков збир.

Задача 4. Даден е правоаголен триаголник $\triangle ABC$, со прав агол во темето C. Симетралата на правиот агол ја дели хипотенузата во однос $1:2$. Да се определи во кој однос висината спуштена од темето C ја дели хипотенузата.

Решение. Нека

$$\overline{BC}=a,\ \overline{AC}=b,\ \overline{AB}=c$$



и нека D и E се подножјата на симетралата и висината спуштени од темето C кон хипотенузата AB, соодветно.Тогаш од теорема за симетрала имаме дека важи $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AC}:\overline{BC}$ од каде поради условот добиваме дека

$$b:a=1:2 \qquad (1).$$

Понатаму од Евклидови формули за $\triangle ABC$ имаме $b^2=\overline{AE}\cdot c$ и $a^2=\overline{BE}\cdot c$ од каде добиваме $\overline{AE}:\overline{BE}=b^2:a^2$, и сега поради (1) имаме $\overline{AE}:\overline{BE}=1:4$

Задача 5. Пресметај го збирот

$$\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+...+\frac{1}{1+2+3+...+2010}.$$

Решение. За секој природен број $k\in\mathbb{N}$ е испонето равенството

$$1+2+3+...+k=\frac{k(k+1)}{2},$$

Од каде добиваме

$$\frac{1}{1+2+3+...+k}=\frac{2}{k(k+1)}=2(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}).$$

Според тоа

$$\begin{aligned}\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+...+\frac{1}{1+2+3+...+2010}&=2(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+2(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+...+2(\frac{1}{2010}-\frac{1}{2011})\\&=2(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+...+\frac{1}{2010}-\frac{1}{2011})\\&=2(\frac{1}{2}-\frac{1}{2011})=\frac{2009}{2011}\end{aligned}$$