



MATEMATIKA

Matematičke discipline

Neven Bogdanić, Split

Matematika, koja je bez sumnje nastala proučavanjem brojeva i geometrijskih odnosa, sastoji se od mnoštva disciplina i grana¹. Osnovne matematičke discipline su: **aritmetika, algebra, geometrija, teorija brojeva, matematička analiza, matematička logika, teorija skupova, teorija vjerojatnosti, matematička statistika, topologija, kombinatorika, infinitezimalni račun, teorija grafova, računarstvo** i drugo.

Aritmetika je matematička grana koja se bavi brojevima, ponajviše prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima. Tijekom povijesnoga razvoja njezine su se granice često presijecale s algebrrom i matematičkom analizom. Obično se dijeli na *praktičnu* i *teorijsku* aritmetiku. Prva obuhvaća govornu i pisaru numeraciju, predstavljanje razlomaka i operativne tehnike koje se odnose na četiri osnovne računske operacije: zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje. Govorne numeracije prisutne su kod svih naroda iz najstarijih epoha. Već je Aristotel (384. – 322. pr. Krista) uočio da je većina naroda računala s dvanaesticama. No, u grčkom jeziku nalaze se ostaci baze 5, u francuskom baze 20. Pisana egipatska numeracija je na bazi 10.

Veliki napredak aritmetika je doživjela kad su Indijci otkrili dekadski pozicijski zapis i nulu. Aritmetika, koju je Gauss nazvao *kraljicom matematike*, u današnje se vrijeme bavi algebarskim brojevima, ali i s apstraktnim matematičkim strukturama. Pojam i naziv uveli su još davno pitagorejci (sljedbenici Pitagore, oko 6. st. pr. Krista). Osnovni pojam njihove filozofije bio je broj. Govorili su: *Daj nam svoj blagoslov, božanstveni broju...*

Algebra je matematička disciplina koja se u svojim operacijama (algebarske operacije) koristi općim brojevima, pa se kaže da je grana matematike koja se bavi općim brojevima. Točnije: algebra proučava algebarske strukture. Moderna algebra čini veliko područje matematike, koje je u početku bilo samo dio praktične aritmetike i osnovnih logičkih zaključivanja.

Prije nego što je nastao izraz algebra, razvila se tehnika rješavanja problema, koja je kasnije omogućila rješavanje jednadžbi različitih stupnjeva (teorija jednadžbi).

Geometrija je matematička disciplina koja strogo proučava prostor i oblike (likove i tijela). Bavi se prostornim odnosima i oblicima. Osnovni geometrijski pojmovi su: točka, pravac, ravnina, prostor. Podskupovi ravnine su *geometrijski likovi*, naprimjer: trokut, četverokut, kvadrat, paralelogram, mnogokut, krug,... Podskupovi prostora su *geometrijska tijela*, naprimjer: tetraedar, kocka, valjak, stožac, kugla,...

U etimološkom smislu, riječ geometrija znači "mjerjenje Zemlje" ("zemljomerstvo"), ali je još rano poprimila vrlo široko značenje, pa je kod grčkih klasika predstavljala gotovo cjelokupnu matematiku. Mnogi rezultati iz aritmetike i algebre najprije su nađeni

¹ Riječi "disciplina" i "grana" ovdje se rabe u smislu veća ili manja matematička cjelina, odnosno dio matematike veći ili manji koji tvori cjelovitost.

geometrijskim metodama, recimo: rješenje kvadratne jednadžbe, Euklidov algoritam itd. B. Pascal (17. st.) je kazao, da je "predmet čiste geometrije prostor čiji su elementi nazvani točkama".

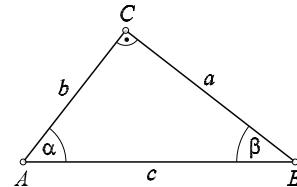
Geometrija je prva matematička disciplina, odnosno znanstvena disciplina uopće, koja je aksiomatizirana (Euklid, oko 340. – oko 287. god. pr. Krista; Hilbert, 1862. – 1943.).

U sadašnjem stanju povijesnih saznanja nisu nam dostupni sigurni niti precizni podaci o postojanju prave geometrije prije pojave velikih civilizacija u dolini Nila ili Mezopotamiji.

Iz Euklidove su geometrije nastale kasnije, u novije vrijeme (17. – 20. st.) razne druge geometrije, čak matematička analiza i topologija. Neke od tih geometrija su: *planimetrija* – grana geometrije koja se bavi geometrijskim likovima u ravnini, *stereometrija* – grana geometrije koja proučava geometrijska tijela, *trigonometrija* – grana geometrije u kojoj se pomatraju odnosi među stranicama i kutovima trokuta s pomoću *trigonometrijskih funkcija*: *sinus* (*sin*), *kosinus* (*cos*), *tangens* (*tg*) i *kotangens* (*ctg*), te *sekans* (*sec*) i *kosekans* (*cosec*). Dijeli se na *ravninsku trigonometriju*, ako je trokut u ravnini i na *sfernu trigonometriju*, ako je trokut na sferi, tj. ako ga čine velike kružnice sfere. Razvoj trigonometrije bio je vezan uz astronomiju. O tomu govori i činjenica, da je vremenski prije nastala i razvila se sferna nego ravninska trigonometrija.

Trigonometrijske funkcije (kružne ili cirkularne funkcije) kutova (pravokutnog) trokuta određuju se omjerima mjernih brojeva odgovarajućih stranica. Za pravokutni trokut ABC (vidjeti sliku) vrijede ove definicije:

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= a : c, & \cos \alpha &= b : c, \\ \operatorname{tg} \alpha &= a : b, & \operatorname{ctg} \alpha &= b : a, \\ \sec \alpha &= c : b, & \operatorname{cosec} \alpha &= c : a.\end{aligned}$$



Trigonometrijske funkcije puno se koriste u tehniči i prirodnim znanostima.

Nakon razvoja u indijskoj i arapskoj matematici trigonometrija do 15. st. prelazi u Europu.

Analitička geometrija – dio geometrije u kojem se geometrijski problemi rješavaju algebarski s pomoću koordinatnog sustava. Naprimjer, u analitičkoj se geometriji točka u ravnini predočuje uredenim parom realnih brojeva, pravac linearnom jednadžbom s dvije nepoznanice, krivulje raznim jednadžbama (algebarskim, transcendentnim) itd. Točka u prostoru predočuje se uredenom trojkom realnih brojeva, pravac – kao presjek dviju ravnina, sustavom dviju linearnih jednadžbi s tri nepoznanice itd. Zato govorimo o analitičkoj geometriji u ravnini i onoj u prostoru.

Inspirirajući se stavovima Viètea i Fermata, te manjim dijelom Robervala, stvara se oko 1630. god. analitička geometrija čijim se osnivačem smatra veliki francuski matematičar René Descartes (lat.: Cartesius; po ovom se imenu i danas koordinatni sustav naziva Kartezijev). Descartes, u filozofiji poznat kao začetnik racionalizma, držao je da se svaki matematički problem može svesti na algebarski jezik; a to će reći, rješiti metodama analitičke geometrije.

Projektivna geometrija – dio geometrije u kojem se proučavaju svojstva tvorevinu koje se pri projiciranju ne mijenjaju.

Nacrtna geometrija (deskriptivna geometrija, deskriptiva) – dio geometrije u kojem se obrađuju metode nacrtnog prikazivanja prostornih objekata s pomoću projekcija.

Sintetička geometrija – grana geometrije koja koristi teoreme i sintetička zapažanja za izvođenje zaključaka, nasuprot analitičkoj geometriji koja koristi algebru u rješavanju geometrijskih problema. Svoj procvat doživjela je u 19. st., kada su se metode zasnovane na koordinatama ponešto ignorirale od nekih tada poznatih geometara (Jakob Steiner). Danas postoje i podgrane sintetičke geometrije: sintetička računska geometrija i sintetička diferencijalna geometrija.

Neeuklidske geometrije – geometrije u kojima ne vrijedi peti Euklidov aksiom (postulat) o usporednicama.

Diferencijalna geometrija – matematička disciplina u kojoj se istražuju svojstva krivulja i površina s pomoću diferencijalnih jednadžbi i diferencijalnog i integralnog računa.

Fraktna geometrija – geometrija prirodnog svijeta, svijeta životinja, biljaka i minerala. Začetnik joj je Benoit Mandelbrot (rod. 1924., Varšava). Fraktalna geometrija zrcali nepravilne ali stvarne oblike prirode, a ne idealizirane likove euklidske geometrije.

Digitalna geometrija – geometrijska disciplina koja se bavi geometrijskim svojstvima podskupova digitalnih slika, aproksimacijom geometrijskih obilježja objekata i skupovima rešetkastih točaka (koji su također izučavani u okviru teorije brojeva: Gauss). Njezini matematički korijeni nalaze se u teoriji grafova i diskretnoj topologiji; ova je geometrija nastala s pojmom kompjutorskih tehnologija u drugoj polovici 20. stoljeća.

Digitalna geometrija je usmjerena prema aplikacijama; definira se zapravo kao teorija n -dimenzionalnih digitalnih prostora (čelijski ili prostori rešetkastih točaka). Digitalizacije na pravilnim rešetkama (*regular grids*) često se koriste kod numeričkog računanja u tehniči i uopće znanosti. Danas su zamjetna nastojanja kako bi digitalna geometrija postala digitalizirana Euklidova geometrija.

Teorija brojeva je dio aritmetike koji se bavi cijelim brojevima. Ovu su matematičku disciplinu utemeljili pitagorejci. Veliki doprinos razvoju teorije brojeva dali su Fermat u 17. st., te Euler i Lagrange u 18. st. Osnivač moderne teorije brojeva je Gauss.

Matematička analiza je grana matematike koja proučava realne funkcije realne varijable. Osnovna sredstva matematičke analize su: *limes, derivacija, integral, razvoj u red*.

Matematička logika je dio matematike nastao razvojem formalne logike² uz dosljednu primjenu sustava simbola.

U antici je Aristotel prvi ukazao na potrebu objašnjenja i sustavnog izlaganja određenog broja logičkih načela i postupaka. Premda logika prati matematiku od njezinih početaka, tek se od 1850. g. kao znanstvena disciplina udaljava od filozofije i teži da postane matematička znanost. Naime, uvođenjem algebarskog tretiranja logike 1847. g. (Boole i De Morgan, krajem 19. st. i Frege) ostvaruje se prava matematizacija ove discipline, koju je Leibniz već bio predvio.

Logika (matematička) 20. stoljeća postaje veoma važna, ne samo u teorijskoj matematici, nego i u njenim primjenama. Danas je matematička logika temelj kibernetike³ i informacijske znanosti⁴

² Logika je filozofska disciplina koja ispituje oblike, zakonitosti i uvjete razložitih i ispravnih misli i opće metode spoznaje istine.

³ Kibernetika je znanost (matematička teorija) koja istražuje opće zakonosti procesa upravljanja i veza u bilo kojim sustavima (tehničkim, biološkim, ekonomskim, socijalnim, administrativnim i dr.), radi uspostavljanja komunikacije među njima, kao i njihove kontrole. Ovu je znanost utemeljio 1948. Norbert Wiener (1894. – 1964.), jedan od najzapaženijih američkih matematičara 20. st.

⁴ Informacijska znanost je znanost o učinkovitom prikupljanju, spremanju i ponovnom dobivanju spremljenih informacija. (Treba je razlikovati od informatike, koja je znanost o elektroničkim računalima, računalnim sustavima i zakonostima u obradbi i protoku podataka i obavijesti, te o teoriji informatičke djelatnosti.)

Teorija skupova dio je matematike u kojem se proučavaju strukture i svojstva skupova. (Skup se ne definira, spada u osnovne matematičke pojmove; npr. skup učenika jednoga razreda, skup neparnih brojeva, skup točaka neke dužine itd.). Premda se elementi ove teorije naziru u najranijim počecima matematike, teorija skupova utemeljena je radovima matematičara 19. st. Češki filozof i matematičar Bernard Bolzano (1781. – 1848.) svojim djelom *Paradoksi beskonačnog*, 1851. (u kojem definira beskonačan skup kao skup ekvivalentan svom pravom dijelu) prethodi otkrićima u teoriji skupova Georgu Cantoru (1845. – 1918.), koji doista u drugoj polovici 19. st. teoriju skupova izgrađuje kao modernu matematičku teoriju. (Djelo: *Osnove jedne opće znanosti o mnogostrukosti*, 1883.)

Važnost teorije skupova razabire se po tomu što su kazali borbakisti⁵: *Danas mi znamo, govoreći logički, da je moguće izvesti svu suvremenu matematiku iz jedinog izvora – teorije skupova.*

Teorija vjerojatnosti je matematička disciplina koja ispituje i proučava pravila i zakone slučajnih pojava, naročito vjerojatnost događaja. Početak svojega ozbiljnijeg razvoja duguje hazardnim igrama, čiji su se problemi počeli matematički tretirati tek u 16. st. (Tartaglia, Cardano). U znanstvenom smislu, međutim, počela se oblikovati u drugoj polovici 17. st.

U prvim počecima razvoja ove teorije iskristalizirali su se neki osnovni pojmovi i zakoni, kao *pojam vjerojatnosti*, *matematičko očekivanje*, *teorem adicije* i *teorem množenja* (Pascal, Fermat, Huygens). Proučavanju graničnih teorema i zakona velikih brojeva mnogo su doprinijeli J. Bernoulli, Moivre, Laplace, Gauss, Borel...; napredak teorije slučajnih ili stohastičnih procesa vezan je uz imena Čebiševa, Moivrea, Ljapunova.

Otkako je u 20. st. aksiomatizirana (Mises, Kolmogorov), teorija vjerojatnosti u novije vrijeme postaje moderna apstraktno-deduktivna matematička disciplina (Poincare, Feller, Fisher, Cramer, Hinčin i drugi), koja rješava ne samo teorijski razne probleme suvremene nauke, već izučava i mnogobrojne zakonitosti praktičnog života.

Matematička statistika je matematička disciplina koja se temelji na teoriji vjerojatnosti. To je ustvari proučavanje zasnovano na numeričkom istraživanju, ispitivanju i upoznavanju prvenstveno masovnih pojava. Iako je u početku statistika služila samo državi za prikupljanje podataka o svojim podanicima (broj muškaraca, žena i djece, zanimanje stanovnika, njihovo vjersko opredjeljenje i sl.), za ispitivanje upravnog, gospodarskog i uopće socijalno-političkog stanja, danas obuhvaća razne probleme organizacije i tehnike prikupljanja informacija, klasifikacije, tabeliranja i izračunavanja raznih podataka. Statističke metode se primjenjuju u ekonomskim i društvenim znanostima, u meteorologiji, biologiji, genetici, fizici i kemiji, astronomiji, filologiji i psihologiji, medicini, poljoprivredi, tehničkim i drugim područjima.

Probleme naseljavanja, rađanja i umiranja matematički obrađuje već škotski matematičar i pjesnik John Arbuthnot (1667. – 1735.). Inače, s naprekom teorije vjerojatnosti u 18. i 19. st. napreduje i jača matematička statistika, iz koje se uz pomoć vjerojatnosti tijekom i nakon II. svjetskog rata razvila teorija informacija.

Topologija je vrlo važna grana matematike; proučava neprekinitost; odnosno svojstva geometrijskih tijela koja se ne mijenjaju pri kontinuiranim transformacijama ili deformacijama. Nastala je rješavanjem nekih pojedinačnih problema (problem konigsberških mostova, problem četiriju boja) koji su se pojavili u 18. st.

⁵ **Bourbaki** – grupa francuskih matematičara osnovana 1937.

B. Riemann, koji je sustavno rješavao topološke probleme, definirao je topologiju kao istraživanje svojstava prostora koja ostaju invarijantna uz homeomorfne transformacije. Sa sastajališta topologije ne razlikuju se bilo koji kvadrat od bilo koje kružnice ili od bilo koje elipse. Naziv se prvi put spominje 1847. g. (J. B. Listing). Daljnji razvoj topologije vezan je uz teoriju skupova, teoriju realnih brojeva i istraživanja funkcija realne varijable.

Kombinatorika je dio matematike koji se bavi izučavanjem konačnih skupova. U kombinatorici se uglavnom rješavaju problemi koji se svode na efektivno konstruiranje funkcija određenog tipa (*permutacija, varijacija, kombinacija*) s jednog konačnog skupa u (odnosno na) drugi konačni skup i određivanje broja svih takvih funkcija. Kako su njezini počeci vezani uz razvoj društvenih igara (kocka, karte), ova matematička disciplina potječe iz davnine, jer je kocka bila poznata drevnim civilizacijama Indije, stare Grčke i Egipta. (Najstarije "kocke" za igranje pronađene u Indiji stare su čak blizu šest tisuća godina.)

Nakon što u Europu kombinatoriku uvodi Paul Guldin (1557. – 1643.) svojim radom iz 1622. g., njezinom su napretku kasnije doprinijeli poznati matematičari: Leibniz, J. Bernoulli i Euler. Razvojem nekih novijih matematičkih disciplina, posebno povećanjem interesa za probleme diskretnе matematike uopće, kombinatorika brzo napreduje. Osim što se dosta primjenjuje u vjerojatnosti i statistici, koristi se također u linearном programiranju, dešifriranju kôdova, pitanjima transporta, teoriji informacija itd.

Infinitesimalni račun matematička je disciplina koja se sastoji iz dva dijela: *diferencijalnog računa* i *integralnog računa*; oba ova dijela čine jedinstvenu cjelinu.

Diferencijalni račun dio je matematičke analize koji se bavi *derivacijama funkcija i njihovim primjenama*. Premda su elementi ovoga računa pojavljuju u 17. st. (Fermat), drži se da su osnivači te, neobično važne, matematičke grane Leibniz i Newton. Od Leibniza potječu nazivi: *funkcija, koordinata, varijabla* itd.; osim što je uveo oznaku dx za beskonačno mali prirast varijable, daje elementarna pravila diferenciranja zbroja, umnoška i kvocijenta varijabli. Newton je razvio dosta funkcija u red potencija, po njemu se nazivaju mnogi teoremi i razne metode u matematici. Strogo zasnivanje ove discipline počelo je s Cauchyjem, a završilo s Weierstrassom krajem 19. st.

Integralni račun dio je matematičke analize koji se bavi *integralom funkcija i njegovom primjenom*. Premda su rudimente integralnog računa nazirali drevni matematičari (Eudokso, Euklid, Arhimed), ipak se ova matematička disciplina teorijski razvija tek u 17. st. (Leibniz i Newton) u vezi problema određivanja površine (ploštine) i obujma (volumena).

Teorija grafova kao posebna matematička disciplina počela se razvijati posljednjih desetljeća. To je disciplina iz diskretnе i kombinatorne matematike, kojoj je bitna značajka geometrijski pristup u ispitivanju apstraktnih modela. *Graf* je osnovni objekt proučavanja ove teorije, a jednostavno rečeno, sastoji se od *vrhova* (čvorova) i njihovih *spojnica* (bridovi grafa); prikazuje se obično crtežom u ravnini. No, problemi vezani uz grafove javili su se već prije dva i više stoljeća. Prvi takav zadatak, poznat pod imenom *Problem königsberških mostova*, riješio je Euler god. 1736. Od drugih problema koji su potakli razvoj teorije grafova spominjemo: *Problem osam kraljica* na šahovskoj ploči ("Može li se na šahovsku ploču postaviti osam kraljica tako da jedna drugu ne napada, i – ako može, na koliko je to načina moguće učiniti?"), *Problem puta oko svijeta*, *Problem četiriju boja*, *Problem transporta* i dr.

Teorija grafova našla je danas svoju primjenu ne samo u matematici (kombinatorika, linearna algebra i topologija), već i u elektrotehnici (G. Kirchoff), kemiji (A. Cayley, G. Pólya i dr.), fizici, geodeziji i ekonomskim znanostima, sociologiji i biologiji,

prometu itd. Plodonosne su dakako primjene ove teorije i u optimizaciji te računarskim znanostima. U optimizaciji se uspješno rješavaju problemi, kao: *Problem najkraćeg puta*: "U zadanoj željezničkoj ili cestovnoj mreži kojom su povezani neki gradovi treba odrediti najkraći put između dva zadana grada iz mreže". Grafovi se također korisno apliciraju u računarstvu, npr. za različita pretraživanja, strukture podataka, sortiranja, u kodiranju i dr.

Prvu monografiju iz teorije grafova objavio je D. König 1936. Međutim, najsnažniji zamah i procvat teorije grafova započinje u pedesetim godinama 20. st.

Računarstvo⁶ je znanost o računanju i obradbi podataka. Bavi se proučavanjem prikaza, strukturiranja i obradbe informacija, algoritamskim procesima, računalnim sklopoljem i programskom opremom. Temelji se na: algoritamskom izračunavanju, Booleovoj algebri (algebri skupova), diskretnoj matematici, vjerojatnosti, statistici i teoriji informacija.

Kako se računarstvo zasniva na matematičkim disciplinama, ono je svakako dio matematike. Ali budući da znatnim dijelom zadire u tehničke znanosti, računarstvo je i dio (polje) tehničkih znanosti u kojemu su sadržane ove znanstvene grane: *arhiktetura računalnih sustava, informacijski sustavi, obradba informacija, umjetna inteligencija, procesno računarstvo*.

Računalna matematika se danas intezivno razvija usporedno s brzorastućim primjenama elektroničkih računalnih strojeva. Radi velike povezanosti između teorije i prakse, u

⁶ Kako je riječ *računarstvo* vjerojatno izvedenica od riječi *računalo*, onda bi možda bilo bolje kazati **računalstvo** (nego **računarstvo**). No, poštujmo najnoviju terminologiju, kojom se koristi naše Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa. Usput recimo:

1. U *Rječniku hrvatskoga jezika* (gl. urednik: Jure Šonja), nakl. Leksikografski zavod *Miroslav Krleža* i Školska knjiga, Zagreb, 2000. uopće ne postoji natuknica **računarstvo**.
2. No, u spomenutom *Rječniku* stoji (str. 1027): **računalstvo** – znanost o računalima i programskoj opremi.
3. Dalje u istom *Rječniku* (str. 1027) stoji za natuknicu **računalo** – I. naprava s kuglicama za učenje računanja u početnim razredima pučke škole, II. pomagalo za računanje i obradu brojčanih podataka: *logaritamsko računalo*, III. elektronički uredaj za obradu podataka koji prihvata naredbe i podatke, obavlja nad njima programirane radnje i ispisuje tražene podatke radi daljnje uporabe; kompjutor: *digitalno računalo*.

U *Matematičkom rječniku* od Ivice Gusića (str. 201), nakl. Element, Zagreb, 1995., između ostalog, stoji pod natuknicom **računalo**: ... Sadašnje je računalo (čitao se misli na elektroničko) visokorazvijena verzija elektroničnog računala, što ga je 1946. konstruirao John von Neumann s grupom inženjera (bilo je teško oko 30 tona i zauzimalo 200 m² površine... Naziv *kompjutor* je iz engl. *computer*. Postoje i džepna računala (računalice) – *kalkulatori* (*calculator*)...

U *Hrvatskom Općem Leksikonu* (gl. urednik: August Kovačec), nakl. Leksikografski zavod *Miroslav Krleža*, Zagreb, 1996. na str. 816 piše: **računalo**, pomagalo za računanje; mehaničko računalo (abak, logaritamsko računalo), elektromehaničko računalo, a danas u prvom redu elektroničko računalo (→ kalkulator, elektroničko računalo). U istoj knjizi na str. 435 stoji: **kalkulator** (engl. prema lat.), jednostavno pomaganje za računanje, danas redovito elektronično. Dalje na str. 239 čitamo: **elektroničko računalo**, (kompjutor, prema lat. *computator*, ili kompjuter, prem engl. *computer*), elektronički uredaj za primanje, odradbu i prikazivanje podataka. Osnova elektroničkog računala su sklopovska oprema i programska podrška. Poznatije vrste: superračunalo, mikroračunalo, osobno računalo.

Isto tako, u *Rječniku J. Šonje* (str. 1027.) stoji za natuknicu **računalni** – koji se odnosi na računalo; kompjutorski: *računalni program, računalna obradba podataka, računalna metoda, računalni sustav* koji se sastoje od programske opreme, sklopolja i ljudske podrške, a služi za složene obradbe podataka; *računalni virus* program napravljen radi otežavanja rada drugim programima i uništavanja podataka, a ima mogućnost proširenog djelovanja izvan okoline u kojoj se prvi put pojavi.

4. U *Rječniku J. Šonje* (str. 1027) stoji za natuknicu **računar** – čovjek koji računa; računarac.

Dodajmo da u *Hrvatskom pravopisu* autora Babić-Finka-Moguš (tzv. "londoncu"), nakl. Školska knjiga, Zagreb, 1971. na str. 270 za **računar** stoji isto objašnjenje.

naše je doba nemoguće razdvajati teorijsku od primijenjene matematike. Suvremene i vrlo apstraktne matematičke discipline: matematička logika i apstraktna algebra su siguran posrednik između čovjeka i raznih složenih automata, zapravo elektroničkih računala. Pokazalo se da se primjenama matematičke logike i apstraktne algebre u teoriji elektroničkih računala i automata uopće može postići materijalizacija najapstraktnijih analitičkih relacija i da se problemi stvarnih konstrukcija vrlo zamršenih automata uspješno rješavaju uz pomoć najmisaonijih matematičkih istraživanja.

Od mnogobrojnih matematičkih zasebnih cjelina, odnosno disciplina, relevantnih u aplikativne svrhe, zanimljivih za tehničku primjenu, važne su također ove discipline: *diferencijalne jednadžbe, obične i parcijalne, integralne jednadžbe, lineарне integralne transformacije, nomografija, numeričke metode, račun diferencijala, redovi, teorija integracije i mjere, teorija operatora i funkcionalna analiza, teorija potencijala, vektorski i tenzorski račun, stohastički procesi i drugo.*

* * *

Kažimo na kraju da se na osnovi Zakona o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju ("Narodne novine", broj 123/03, 198/03, 105/04, 174/04) Ministarstva obrazovanja, znanosti i športa RH znanost (sveukupna znanost) dijeli (klasificira) na **područja** (*znanstvena područja*), područja se dijele na **polja** (*znanstvena polja*), a polja se dijele na **grane** (*znanstvene grane*). Suradnjom znanstvenika i znanstvenih organizacija iz više različitih znanstvenih područja, polja i grana uspostavljuju se *interdisciplinarna područja*. (Za sve vrste umjetnosti utvrđuje se također posebno *umjetničko područje*, koje se dijeli na **polja**, a ova se opet dijele na **grane**.)

Po citiranom Zakonu znanstvena područja su: *prirodne znanosti, tehničke znanosti, biomedicina i zdravstvo, biotehničke znanosti, društvene znanosti, humanističke znanosti*.

Svako se od ovih *područja* dijeli onda na *polja*, a polja se dalje dijele na *grane*. Npr., u *područje prirodne znanosti* spadaju ova *polja*: biologija, fizika, geoznanosti, kemija i matematika. *Polju matematika* pripadaju ove *grane*: *algebra, geometrija i topologija, kombinatorna i diskretna matematika, matematička analiza, matematička logika i računarstvo, numerička matematika, primijenjena matematika i matematičko modeliranje, teorija vjerojatnosti i statistika* i ostalo.

Današnja podjela matematike, međutim, prema međunarodnom časopisu *Mathematical Reviews* sadrži 70-ak većih zasebnih cjelina (disciplina odnosno grana), koje se nižu ovim redom⁷: *općenito o matematici (General), povijest i biografije (History and biography), logika i osnove matematike (Logic and foundations), teorija skupova (Set theory), kombinatorika i teorija grafova (Combinatorics, graph theory), uredaj, rešetke i uređene algebarske strukture (Order, lattices, ordered algebraic structures), opći matematički sustavi (General mathematical systems), teorija brojeva (Number theory)*. . . .

Svaka se od ovih većih zasebnih matematičkih cjelina dijeli na manje. Tako su npr. u *teoriji brojeva* manje njezine cjeline (poddiscipline odnosno podgrane): elementarna teorija brojeva, diofantske jednadžbe, forme, automorfna teorija, geometrija brojeva, vjerojatnosna teorija brojeva, nizovi brojeva, racionalna aritmetika algebarskih brojeva, algebarska teorija brojeva i dr.

Matematika je u naše vrijeme postala nesagledivo opsežna, iz dana u dan se sve više razgranjuje i u svim svojim dijelovima produbljuje; uostalom, kao i druge znanosti. Zbog mnoštva činjenica kojima se matematička znanost neprestano obogaćuje, specijalist-matematičar jedva može pratiti dostignuća vlastite discipline. U pojedinim poddisciplinama svoje specijalnosti gotovo da nije u stanju slijediti niti naslove u kojima se govori o novim postignućima.

⁷ Vidjeti I. Gusić: *Matematički rječnik* (str.142), Element, Zagreb, 1995.