Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус

Вангел Каруловски
Скопје

АСОЦИЈАТИВНИ ОПЕРАЦИИ

Познато ни е дека собирањето и множењето во множеството N се асоцијативни операции, односно дека за нив важи: ако е $a, b \in N$, тогаш е и $(a+b)+c = a+(b+c)$ и $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

Слично на тоа може да се дефинира:

Операцијата □, дефинирана во множеството X е асоцијативна, ако за секоја тројка елементи a, b, $c \in X$ важи:

$$(a \square b) \square c = a \square (b \square c).$$

Вообичаено е тогаш да се рече дека групоидот (X,□) е асоцијативен. Исто така велиме дека групоидот (X,□) станува полугрупа.

1. Операцијата □ во множеството A = {1,2,3} нека е зададена со Келиевата шема. За да се утврди дали таа операција е асоцијативна во тоа множество A, треба да ги пронајдеме сите подредени тројки: (1,2,3), (1,3,2), (2,1,3), (2,3,1), (3,1,2), (3.2.1) (1.1.2), (1,2,1), (2,1,1), (3,1,3), (1,3,1), (3,1,1), (1,1,1) и за секоја од нив да испитаме дали ја исполнува дефиницијата.

□	1	2	3
1	2	3	1
2	3	1	2
3	1	2	3

$(1 \square 2) \square 3 = 3 \square 3 = 3$
$1 \square (2 \square 3) = 1 \square 2 = 3$

$(2 \square 1) \square 3 = 3 \square 3 = 3$
$2 \square (1 \square 3) = 2 \square 1 = 3$

$(3 \square 1) \square 2 = 2 \square 2 = 3$
$3 \square (1 \square 2) = 3 \square 3 = 3$

$(1 \square 3) \square 2 = 1 \square 2 = 3$
$1 \square (3 \square 2) = 1 \square 2 = 3$

$(2 \square 3) \square 1 = 2 \square 1 = 3$
$2 \square (3 \square 1) = 2 \square 1 = 3$

$(3 \square 2) \square 1 = 2 \square 1 = 3$
$3 \square (2 \square 1) = 3 \square 3 = 3$

Продолжи и утврди дали и за другите тројки е исполнета дефиницијата.

Операцијата одземање во множеството на целите броеви не е асоцијативна, затоа што:
$(a-b)-c \neq a-(b-c)$ ако $a,b,c \in Z$; на пример, $(9-5)-2 = 4-2 = 2$, а $9-(5-2) = 9-3 = 6$.

Да утврдиме: За да се докаже дека операцијата $*$ во множеството X е асоцијативна, треба да се покаже дека секоја подредена тројка (a,b,c) формирана од елементите на множеството X ја задоволува дефиницијата. Ако се најде барем една таква тројка за која не е исполнета дефиницијата, тогаш и операцијата не е асоцијативна.

Ако претходно е докажано дека таа операција е и комутативна, тогаш се намалува бројот на подредените тројки што треба да се испитаат. Така, во задачата 1 наместо спомнатите 27 тројки доволно е да се испитаат тројките
(1,1,1),(1,1,2),(1,1,3),(2,2,2),(2,2,1),(2,2,3),(3,3,3)
(3,3,1),(3,3,2) и (1,2,3), затоа што другите тројки се добиваат со променување на местата на елементите.

Утврди која од дадените операции е асоцијативна а која не е.

1. $a,b,c \in Q \Rightarrow a * b = \frac{a+b}{2}$, каде што со "+" е означено собирањето.
2. Операцијата ":" во множеството $Q \setminus \{0\}$.
3. Операцијата дадена со шемата.

⊙	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c