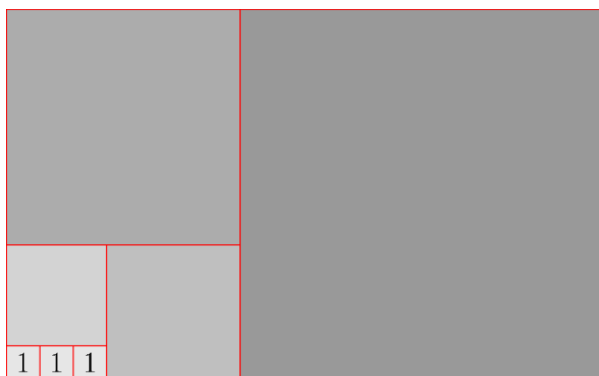


Самоил Малчески, Скопје
Методи Главче, Скопје

ПРЕСМЕТУВАМЕ И СПОРЕДУВАМЕ ПЛОШТИНИ

Драги пријатели, на часовите по математика научивте како да пресметувате плоштина на квадрат и правоаголник. Овие знаења ќе ги искористиме за ршавање на следните неколку задачи, а потоа ќе решиме задачи во кои ќе користиме дека при поделба на една повеќе исти делови, сите добиени делови имаат еднакви плоштини.

1. На долниот цртеж големиот правоаголник е составен од квадрати со различна големина.



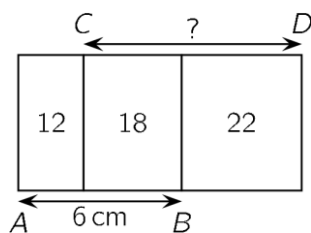
Плоштината на секој од трите мали квадрати е еднаква на 1 cm^2 . Колкава е плоштината на големиот правоаголникот?

Решение. Бидејќи плоштината на секој од трите мали квадрати е еднаква на 1 cm^2 , а $1 \cdot 1 = 1$ заклучуваме дека должината на страната на секој од трите мали квадрати е еднаква на 1 cm . Според тоа:

- должината на страната на вториот по големина квадрат е еднаква на $3 \cdot 1 = 3\text{ cm}$,
- должината на страната на третиот по големина квадрат е еднаква на $3 + 1 = 4\text{ cm}$,
- должината на страната на четвртиот по големина квадрат е еднаква на $3 + 4 = 7\text{ cm}$, и
- должината на страната на петтиот по големина квадрат е еднаква на $7 + 4 = 11\text{ cm}$.

Значи, ширината на правоаголникот е еднаква на 11 cm , а неговата должина е еднаква на $11+7=18\text{ cm}$. Конечно, плоштината на правоаголникот е еднаква на $11\cdot 18=198\text{ cm}$.

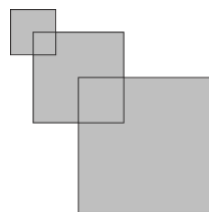
2. Три правоаголници со иста ширина се поставени како на долниот цртеж.



Броевите што се запишани во нив ја претставуваат нивната плоштина изразена во cm^2 . Ако $\overline{AB}=6\text{ cm}$, тогаш колкава е должината на отсечката CD ?

Решение. Збирот на плоштините на двата леви правоаголници е еднаков на $12+18=30\text{ cm}^2$. Значи, должината на нивната заедничка страна е еднаква на $30:6=5\text{ cm}$. Понатаму, збирот на плоштините на двата десни правоаголници е еднаков на $18+22=40\text{ cm}^2$. Но, должината на нивната заедничка страна е еднаква на 5 cm , па затоа $\overline{CD}=40:5=8\text{ cm}$.

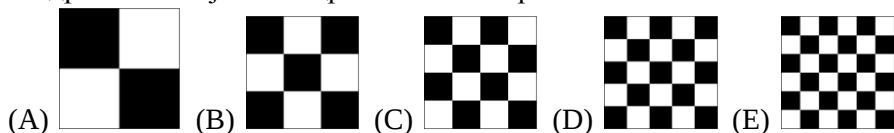
3. Григор има три квадрати. Првиот има страна со должина 2 cm . Вториот има страна со должина 4 cm и теме кое е поставено во центарот на првиот квадрат. Последниот има страна со должина 6 cm и теме поставено во центарот на вториот квадрат, како што е прикажано на цртежот. Колкава е плоштината на вака добиената фигура?



Решение. Првиот квадрат има плоштина $2\cdot 2=4\text{ cm}^2$ и една четвртина, односно $4:4=1\text{ cm}^2$ е покриена од вториот квадрат, што значи дека остануват непокриени $4-1=3\text{ cm}^2$. Вториот квадрат има плоштина $4\cdot 4=16\text{ cm}^2$ и една четвртина, односно $16:4=4\text{ cm}^2$ е покриена од вториот квадрат, што значи дека остануват непокриени $16-4=$

12 cm^2 . Третиот квадрат има плоштина $6 \cdot 6 = 36\text{ cm}^2$ и целата е непокриена. Значи, добиената фигура има плоштина $3 + 12 + 36 = 51\text{ cm}^2$.

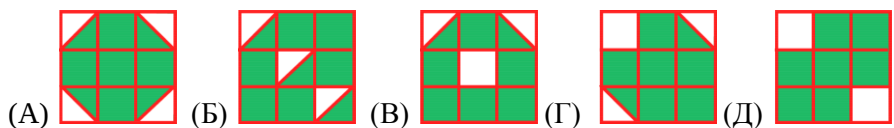
4. Пет еднакви квадрати се поделени на помали квадрати. Кој од петте квадрати има најголема црно обоена површина?



Решение. Квадратот (A) е поделен на 4 еднакви квадрати од кои 2 се црни, т.е. $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ од него е црна површина. Квадратот (B) е поделен на 9 еднакви квадрати од кои 5 се црни, т.е. $\frac{5}{9}$ од него е црна површина. Квадратот (C) е поделен на 16 еднакви квадрати од кои 8 се црни, т.е. $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ од него е црна површина. Квадратот (D) е поделен на 25 еднакви квадрати од кои 13 се црни, т.е. $\frac{13}{25}$ од него е црна површина. Квадратот (E) е поделен на 36 еднакви квадрати од кои 18 се црни, т.е. $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ од него е црна површина.

Конечно, бидејќи $\frac{1}{2} < \frac{13}{25} < \frac{5}{9}$ заклучуваме дека квадратот (B) има најголема црна површина.

5. На кој од долните цртежи е обоен со зелено најголем дел од квадратот?



Решение. Квадратите се поделени на 9 еднакви квадратчиња, а потоа некои квадратчиња се поделени на по два еднакви триаголника. Значи едно мало квадратче има плоштина колку два триаголника. Така:

- зелената плоштина на квадратот (A) е еднаква на плоштината на $2 \cdot 5 + 1 \cdot 4 = 14$ триаголници,
- зелената плоштина на квадратот (B) е еднаква на плоштината на $2 \cdot 6 + 1 \cdot 3 = 15$ триаголници,
- зелената плоштина на квадратот (B) е еднаква на плоштината на $2 \cdot 6 + 1 \cdot 2 = 14$ триаголници,

- зелената плоштина на квадратот (Г) е еднаква на плоштината на $2 \cdot 6 + 1 \cdot 2 = 14$ триаголници,
- зелената плоштина на квадратот (Д) е еднаква на плоштината на $2 \cdot 7 = 14$ триаголници.

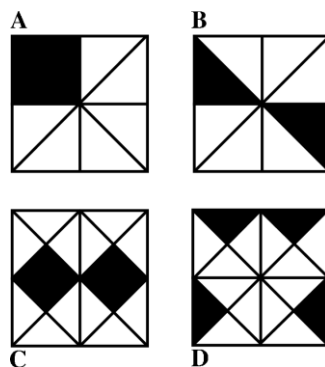
Според тоа, најголем дел со зелено е обоен на квадратот (Б).

6. На цртежите десно се дадени четири квадрати. Кој квадрат има црна површина со најголема плоштина?

Решение. Квадратот (А) е поделен на четири квадрати, од кои еден е обоен црно, т.е. $\frac{1}{4}$ од неговата плоштина е црна. Ква-

дратот (В) е поделен на 8 еднакви триаголници и 2 се црни, па значи $\frac{1}{4}$ од неговата плоштина е црна. Квадратот (С) е поделен

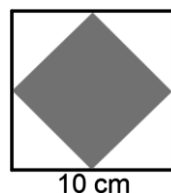
на 16 еднакви триаголници и 4 се црни, па значи $\frac{1}{4}$ од неговата плоштина е црна. Квадратот (Д) е поделен на 16 еднакви триаголници и 4 се црни, па значи $\frac{1}{4}$ од неговата плоштина е црна. Значи, сите квадрати имаат црна површина со еднаква плоштина



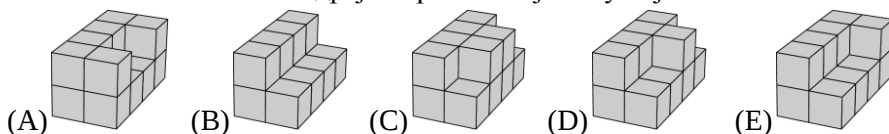
7. Марија нацрнала квадрат со страна 10 cm. Потоа, таа ги поврзала средините на страните на квадратот, со што добила помал квадрат (цртеж десно). Колкава е плоштината на помалиот квадрат?

Решение. Плоштината на големиот квадрат е ед-

наква на $10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$. Ако ги поврзиме спротивните средини на страните на големиот квадрат, тогаш истиот е поделен на четири еднакви квадрати (направи цртеж). Секој од овие квадрати е поделен на два еднакви триаголници. Едниот од делбените триаголници е бел, а другиот е црн. Тоа значи дека половината од секој делбен квадрат е црна, па затоа половината од почетниот квадрат е црна. Конечно, плоштината на помалиот квадрат е еднаква на $100 : 2 = 50 \text{ cm}^2$.



8. Андреј од идентични коцки ги составил следниве геометриски тела, кои што имаат по 8 коцки во основата. Потоа тој телата рамномерно ги обоил. За кое тело Андреј потрошил најмногу боја?

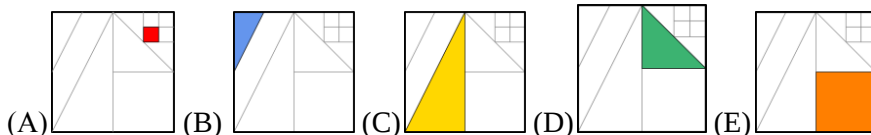


Решение. Површината на секое од дадените тела е формирана од квадрати со еднакви плоштини. Притоа:

- површината на телото (A) е составена од $2 \cdot 4 + 4 \cdot 8 + 2 = 42$ квадрати,
- површината на телото (B) е составена од $2 \cdot 3 + 4 \cdot 8 = 38$ квадрати,
- површината на телото (C) е составена од $2 \cdot 4 + 4 \cdot 8 = 40$ квадрати,
- површината на телото (D) е составена од $2 \cdot 4 + 4 \cdot 8 = 40$ квадрати,
- површината на телото (E) е составена од $2 \cdot 4 + 4 \cdot 8 = 40$ квадрати.

Значи, телото (A) има најголема плоштина, па затоа Андреј за негово бојење потрошил најмногу боја.

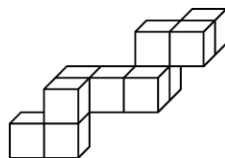
9. Даден е квадрат во кој се нацртани отсечки. Отсечките се повлечени или од темињата или од средините на веќе добиени отсечки. Обоена е $\frac{1}{8}$ од големиот квадрат. На кој цртеж е прикажано точното бојење?



Решение. На цртежот (A) $\frac{1}{8}$ од големиот квадрат е триаголникот во кој е црвениот квадрат, па значи тоа не е одговорот. Јасно, на цртежот (B) обоениот дел е помал од $\frac{1}{8}$, а на цртежот (C) претставува $\frac{1}{4}$ од квадратот, а исто така и на цртежот (E) црвениот дел е $\frac{1}{4}$ од квадратот. Останува цртежот (D) на кој е обоен половина од горниот десен квадрат, а тоа е точно $\frac{1}{8}$ од големиот квадрат.

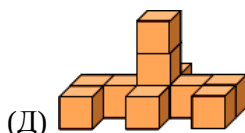
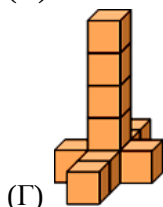
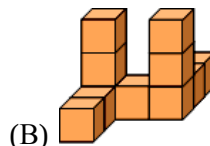
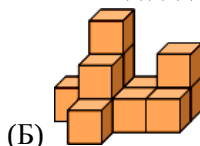
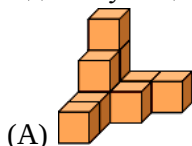
Драги пријатели, на крајот од ова наше дружење ќе разгледаме две задачи кои не се поврзани со плоштини на површини, но за кои сметаме дека ќе ви бидат интересни.

10. Филип сака во кутија да ја смести конструкцијата дадена на цртежот десно. Која е најмалата кутија која тој може да ја искористи?



Решение. Конструкцијата во висина има 3 реда. Потоа таа во ширина има 5 реда, а во должина има 4 реда. Значи, најмалата кутија која Филип може да ја искористи за сместување на конструкцијата е $3 \times 4 \times 5$.

11. Од колку коцки е составено секое од дадените пет тела?



Решение. Телото (А) е составено од 10 коцки. Телото (Б) е составено од 12 коцки. Телото (В) е составено од 11 коцки. Телото (Г) е составено од 11 коцки. Телото (Д) е составено од 11 коцки. Обидете се самостојно да пресметате кое од дадените тела има најголема плоштина.