XXXVII РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

IV одделение

Задача 1. Една верверичка во текот на првата недела собрала 84 ореви, во текот на втората недела 96 ореви, а во текот на третата недела 65 ореви. Друга верверичка во четвртата недела собрала трипати повеќе ореви, отколку првата верверичка во втората и третата недела заедно. Колку вкупно ореви собрале двете верверички во текот на четирите недели?

Решение. Првата верверичка собрала $84+96+65=245$ ореви во текот на трите недели. Втората верверичка во четвртата недела собрала вкупно

$$3\cdot(96+65)=3\cdot 161=483$$

ореви. Двете верверички заедно собрале

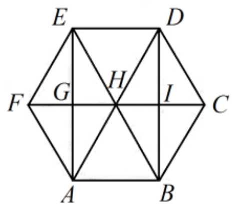
$$245+483=728$$

ореви.

Задача 2. Во еден град на главната права улица се наоѓаат училиште, пошта и кино. Од училиштето до поштата растојанието е $1km\,215\,m$, а растојанието меѓу училиштето и киното е за третина помало. Колкаво е растојанието од поштата до киното?

Решение. Растојанието од училиштето до поштата е $1215\,m$, а од училиштето до киното е $1215:3=405\,m$. Ова значи дека киното е поблиску до училиштето и оддалеченоста од киното до поштата е $1215-405=810\,m$.

Задача 3. Определи го бројот на триаголниците на цртежот десно?

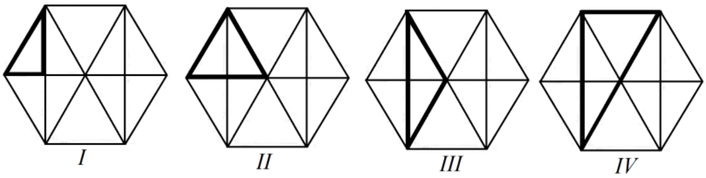


Решение. *Прв начин*. Бараните триаголници се:

$$ABH, BCH, BCI, BIH, CDH, ICD, HID, BCD,$$
$$BDH, EDH, EFH, EFG, EGH, FAH, FAG,$$
$$GAH, AEF, EAH, ABE, ABD, ADE, DEB,$$

што значи дека на цртежот вкупно има 22 триголници.

Втор начин. На цртежот има четири вида триаголници: I, II, III и IV вид, кои се прикажани со задебелени линии. Од I вид има 8 триаголници, од II вид има 6 триаголници, од III вид има 4 триаголници и од IV вид има 4 триаголници.



Според тоа, вкупно има $8+6+4+4=22$ триаголници.

Задача 4. На отсечката AB избрана е точка C. Отсечката AB е 4 пати подолга од отсечката AC. Определи ги должините на отсечките AB и AC, ако должината на отсечката CB е $24\,cm$.

Решение. *Прв начин.* Ако отсечката AB ја поделиме на 4 еднакви дела, бидејќи таа е 4 пати подолга од отсечката AC, тоа значи дека отсечката AC е еден од четирите еднакви дела на отсечката AB. Тоа пак значи дека отсечката CBги содржи останатите три дела од отсечката AB. Бидејќи должината на отсечката CB е $24\,cm$, значи дека еден од четирите дела на отсечката AB е долг $24:3=8\,cm$. Значи, отсечката AC е долга $8\,cm$, а отсечката AB е долга $8\cdot 4=32\,cm$.

Втор начин. Ако должината на отсечката AC ја обележиме со x, тогаш за должината на отсечката AB важи

$$\overline{AC}+\overline{CB}=\overline{AB},$$

односно

$$x+24=4x$$
$$3x=24$$
$$x=8\,cm$$

Отсечката AB е долга $8\cdot 4=32\,cm$.

Задача 5. На 6 дрвја има 129 птици. Во еден момент одлетале 6 птици од првото дрво, 11 од второто, 8 од третото, 10 од четвртото, 7 од петтото и 9 од шестото. Тогаш на сите дрвја останале ист број на птици. По колку птици имало на секое дрво на почетокот?

Решение. Кога одлетале птиците од шесте дрвја останале

$$129-(6+11+8+10+7+9)=129-51=78.$$

На сите дрвја останале по ист број на птици, значи $78:6=13$. На секое дрво останале по 13 птици. На почетокот на првото дрво имало $13+6=19$ птици, на второто $13+11=24$, на третото $13+8=21$, на четвртото $13+10=23$, на петтото $13+7=20$ и на шестото дрво $13+9=22$.

V одделение

Задача 1. Во првата гајба има 1999 јаболка повеќе од втората гајба. Во која гајба ќе има повеќе јаболка и за колку, ако од првата префрлиме 1000 јаболка во втората гајба.

Решение. Ако во втората гајба има x јаболка, тогаш во првата има $x+1999$. По префрлањето, во првата ќе има $x+999$, а во втората $x+1000$. Следува дека во втората има едно јаболко повеќе.

Задача 2. Една живинарска фарма испорачала 720 јајца, кои биле спакувани во кутии со по 6 јајца. При транспортот се искршиле 140 јајца. Останатите јајца биле спакувани во кутии по 12 јајца. Колку кутии јајца биле спакувани. Дали останале нескршени јајца кои не може да се спакуваат?

Решение. Од 720 јајца после транспортот останале $720-140=580$ јајца. Тие треба да се спакуваат во кутии по 12, значи би имале $580:12=48$ кутии и останале 4 јајца кои нема да можат да се спакуваат на овој начин.

Задача 3. Даден е квадрат со плоштина $36cm^2$. Да се определи должината на правоаголникот кој има ширина $3cm$ и ист периметар како и квадратот.

Решение. Плоштината на квадратот е $P=36cm^2$ од каде се добива дека страната на квадратот е $6cm$, а неговиот периметар е $L_k=4\cdot 6=24cm$. Тогаш, ако во равенката за периметар на правоаголник замениме $L_p=24cm$ и $b=3cm$, добиваме $L_p=2a+2b \Rightarrow 24=2a+2\cdot 3$, од каде што следи дека $2a=24-6 \Rightarrow 2a=18$, односно $a=9cm$.

Задача 4. Благоја учествувал во лотарија во која секоја срећка е означена со некој трицифрен број. Тој ги купил сите срећки означени со броевите чиј производ на цифрата на десетките и цифрата на единиците е еднаков на 12, а збирот на тие две цифри за 1 се разликува од цифрата на стотките. Колку срећки и со кои броеви купил Благоја?

Решение. Нека со D ја означиме цифрата на десетките и со E цифрата на единиците. Според условот на задачата производот на цифрата на десетките и цифрата на единиците е еднаков на 12, па затоа можни парови (D,E) се: $(6,2)$, $(2,6),(3,4),(4,3)$.

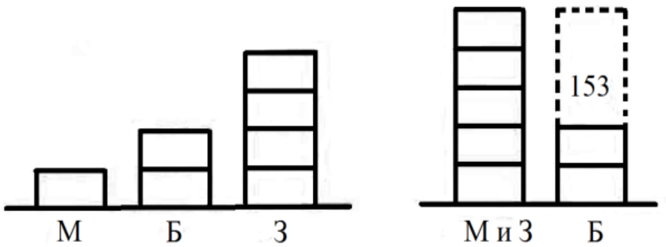
Збирот $D+E$ на првите два пара е 8, па затоа во овој случај цифрата на стотките може да биде 7 или 9. Според тоа, Благоја ги купил среќките со броевите 726, 762, 926 и 962.

Збирот $D+E$ на вторите два пара е 7, па затоа во овој случај цифрата на стотките може да биде 6 или 8. Според тоа, Благоја ги купил среќките со броевите 634, 643, 834 и 843.

Бидејќи ги купил сите среќки означени со броеви со дадените својства, Благоја вкупно купил 8 среќки.

Задача 5., Бојан и Златко имаат определен број сликички. Бојан има двапати повеќе сликички од Марио, а Златко има двапати повеќе сликички од Бојан. Златко и Марио заедно имаат 153 сликички повеќе од Бојан. Колку сликички има секој од нив?

Решение. Ако бројот на сликичките на Марио го означиме со еден правоаголник, тогаш бројот на сликичките на Бојан е означен со 2, а на Златко со 4 правоаголници.



Значи, бројот на сликичките кои заедно ги имаат Марио и Златко е означен со 5 правоаголници, па затоа на 1 правоаголник му соодветствува бројот $153:3=51$. Според тоа, Марио има 51 сликичка, Бојан има $2\cdot 51=102$ сликички и Златко има $4\cdot 51=204$ сликички.

VI одделение

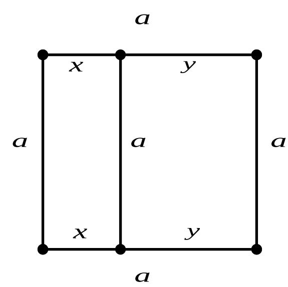
Задача 1. Во една продавница има 800 тетратки и таа работи од понеделник до петок. Во една недела биле продадени сите тетратки така што во секој ден биле продадени по 40 тетратки повеќе од претходниот ден. По колку тетратки биле продадени секој ден од таа недела?

Решение. Нека во понеделник биле продадени x тетратки. Тогаш, во вторник биле продадени $x+40$ тетратки, во среда $x+80$, во четврток $x+120$ и во петок $x+160$ тетратки. Биле продадени сите тетратки,па затоа

$$x+x+40+x+80+x+120+x+160=800.$$

Оттука, следува $5x+400=800$, т.е. $x=80$. Значи, во понеделник биле продадени 80 тетратки, во вторник 120, во среда 160, во четврток 200 и во петок 240 тетратки.

Задача 2. Квадрат е исечен на два правоаголници. Збирот на периметрите на двата правоаголници е за $210\,cm$ поголем од периметарот на квадратот. Плоштината на едниот правоаголник е четири пати поголема од плоштината на другиот. Пресметај го периметарот на помалиот правоаголник.



Решение. Бидејќи збирот на периметрите на правоаголниците е за две должини на страната на квадратот поголем од периметарот на квадратот, следува дека $a=210:2=105\,cm$. Од друга страна, плоштината на поголемиот правоаголник е четири пати поголема од плоштината на помалиот, а и двата имаат една иста страна (страната на квадратот), па затоа втората страна на поголемиот правоаголник е четири пати поголема од втората страна на помалиот. Значи, $x=105:5=21\,cm$ и периметарот на помалиот правоаголник е $2\cdot(105+21)=252\,cm$.

Задача 3. Од некоја сума прво се одбиени 5% за трошоци, потоа 90 денари за заеднички потреби, а остатокот е поделен на три лица подеднакво. Колку изнесува целата сума ако секое лице добило по 160 денари?

Решение. Секое лице добило по 160 денари, па значи пред поделбата имало $160\cdot 3=480$ денари. Ако на оваа сума се додадат 90 денари, се добива сума од 570 денари. Бидејќи 5% се одбиени од целата сума, следува дека 570 е 95% од целата сума. Значи, почетната сума е $570\cdot 100:95=600$ денари.

4. Определи ги природните броеви a и b за кои важи $a<b$, $ab=13824$ и $\mathrm{NZD}(a,b)=24$.

Решение. Од $\mathrm{NZD}(a,b)=24$ следува дека $a=24x$ и $b=24y$, каде $\mathrm{NZD}(x,y)=1$. Понатаму, заменуваме во $ab=13824$ и добиваме $24x\cdot 24y=13824$, т.е. $xy=24$, каде $\mathrm{NZD}(x,y)=1$. Но, $24=2\cdot 2\cdot 2\cdot 3$ и како $a<b$ имаме $x<y$, па затоа од $\mathrm{NZD}(x,y)=1$ и $xy=24$ следува $x=1,$

$y=24$ или $x=3, y=8$. Конечно, бараните броеви се $a=24, b=576$ или $a=72, b=192$.

Задача 5. Елена и Десанка заедно располагаат со шест монети од по 50 денари и 4 банкноти од по 100 денари. На колку начини може подеднакво да ги поделат парите.

Решение. Елена и Десанка заедно имаат $6\cdot 50+4\cdot 100=700$ денари, па така секоја од нив треба да добие по $700:2=350$ денари. Нека x е бројот на монетите од по 50 денари, а y е бројот на банкнотите од по 100 денари кои ги добила Елена. Притоа важи $50x+100y=350$, односно $x+2y=7$, каде $x\in\{0,1,2,3,4,5,6\}$ и $y\in\{0,1,2,3,4\}$. Од $x+2y=7$, заклучуваме дека x е непарен број, т.е. $x\in\{1,3,5\}$.

Ако $x=1$, тогаш $y=(7-1):2=3$, што значи дека Елена добила 1 монета од по 50 денари и 3 банкноти од по 100 денари. Ако $x=3$, тогаш $y=(7-3):2=2$, што значи дека Елена добила 3 монети од по 50 денари и 2 банкноти од по 100 денари. Ако $x=5$, тогаш $y=(7-5):2=1$, што значи дека Елена добила 5 монети од по 50 денари и 1 банкнота од по 100 денари.

Конечно, Елена и Десанка парите може да ги поделат на трите опишани начини.

VII одделение

Задача 1. Кои собироци треба да се изоставаат во изразот

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12},$$

за вредноста на новиот збир да биде 1?

Решение. Бидејќи

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}=\frac{60}{120}+\frac{30}{120}+\frac{20}{120}+\frac{15}{120}+\frac{12}{120}+\frac{10}{120}=\frac{147}{120} \text{ и } \frac{120}{120}=1,$$

треба да избришеме собироци кои дават збир $\frac{147}{120}-\frac{120}{120}=\frac{27}{120}$. Значи треба да ги избришеме собироците $\frac{15}{120}$ и $\frac{12}{120}$, односно собироците $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{10}$.

Задача 2. Секогаш кога ќе исполни желба на сопственикот должината на правоаголниот волшебен килим се намалува за $\frac{1}{2}$ од постојната должина, а ширината се намалува за $\frac{1}{3}$ од постојната ширина. По три исполнети желби килимот имал плоштина $18\,dm^2$. Почетната ширина на килимот била $1{,}8\,m$. Определи ја почетната должина на килимот. Определи ја почетната плоштина на килимот.

Решение. Нека x е почетната ширина на килимот. Почетната должина на килимот е $1{,}8\,m = 18\,dm$. По исполнувањето на првата желба должината на килимот е $\frac{1}{2}x$, а ширината е $18 - \frac{1}{3} \cdot 18 = 12\,dm$. По исполнувањето на втората желба должината на килимот е $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x$, а ширината е $12 - \frac{1}{3} \cdot 12 = 8\,dm$. По исполнувањето на третата желба должината на килимот е $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}x = \frac{1}{8}x$, а ширината е $8 - \frac{1}{3} \cdot 8 = \frac{18}{3}\,dm$. Сега за плоштината на килимот добиваме $\frac{1}{8}x \cdot \frac{16}{3} = 18$, од каде наоѓаме $x = 27\,dm = 2{,}7\,m$. Конечно, почетната плоштина на килимот е $P = 2{,}7 \cdot 1{,}8 = 4{,}86\,m^2$.

Задача 3. Даден е рамнокрак $\triangle ABC$. На краците AC и BC на $\triangle ABC$ се земени точки E и D, соодветно, такви што $\overline{CE} = \overline{CD}$, а точката F е средина на основата AB. Докажи дека $\triangle EDF$ е рамнокрак.

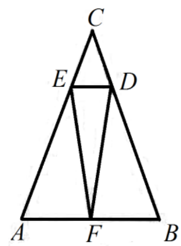
Решение. Бидејќи

$$\overline{EA} = \overline{CA} - \overline{CE} = \overline{CB} - \overline{CD} = \overline{DB},\ \measuredangle EAF = \measuredangle DBF$$

(агли при основата на рамнокракиот $\triangle ABC$) и

$$\overline{AF} = \overline{FB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

(точката F е средина на страната AB), од признакот САС следува дека $\triangle AEF \cong \triangle BDF$. Од складноста на овие триаголници следува дека $\overline{EF} = \overline{DF}$, што значи дека $\triangle EDF$ е рамнокрак.



Задача 4. Определи го четирицифрениот број $\overline{xyzt}$ за кој важи

$$\overline{xyzt} + 4 \cdot \overline{yzt} + 2 \cdot \overline{zt} = 2018.$$

Решение. Од условот на задачата добиваме

$$1000x + 500y + 70z + 7t = 2018$$

Цифрата на единиците на првите три собироци во последното равенство е 0, па за цифрата на единиците на збирот да е 8, потребно е цифрата на единиците на производот $7t$ да е 8. Единствена можност е $t = 4$, што значи дека равенството го добива обликот

$$1000x+500y+70z=1990,$$

односно

$$100x+50y+7z=199.$$

Цифрата на единиците на првите два собирока на последното равенство е 0, па за цифрата на единиците на збирот да е 9, единствена можност е

$$z=7\text{, т.е. }100x+50y=150.$$

Конечно, бидејќи бараниот број е четирицифрен од последното равенство следува $x=y=1$ и затоа $\overline{xyzt}=1174$.

Задача 5. Производот на еден двоцифрен и еден трицифрен природен број е запишан во декаден запис само со цифрата 2. Одреди ги тие броеви .

Решение. Производот на еден двоцифрен и еден троцифрен број е поголем од $10\cdot 100=1000$, а помал од $100\cdot 1000=10000$, па производот е еден од броевите 2222 или 22222. Ако производот е бројот $2222=2\cdot 11\cdot 101$, тогаш можни се случаите $11\cdot 202$ или $22\cdot 101$.**(5)** Ако производот е бројот $22222=2\cdot 41\cdot 271$, тогаш можни се случаите $82\cdot 271$ или $41\cdot 542$.

VIII одделение

Задача 1. Телефонскиот број на Ѓурѓа се состои од два трицифрени броја, напишани едноподруго. Секој од нив е делив со 45, а средната цифра им е 8. Одреди го телефонскиот број, ако трицифрениот број што е запишан од лево во телефонскиот број е помал од трицифрениот број од десно.

Решение. Нека бараниот телефонски број е $\overline{a8bc8d}$. Ако секој број $\overline{a8b}$ и $\overline{c8d}$ е делив со 45, тогаш тие мора да се деливи со 5 и со 9. Следува последната цифра е 5 или 0. Ако последната цифра е 5, тогаш и првата цифра мора да е 5, бидејќи само 585 е делив со 9. Ако последната цифра е 0, тогаш првата цифра е 1. Бидејќи првиот број (запишаниот од лево) е помал, бараниот број е 180585.

Задача 2. Во една дропка именителот е за три поголем од броителот. Ако броителот на оваа дропка го зголемиме за 2, а именителот го зголемиме трипати, тогаш збирот на така добиената дропка и почетната дропка е еднаков на 1. Определи ја почетната дропка.

Решение. Нека x е броителот на почетната дропка. Тогаш $x+3$ е нејзиниот именител, а $\frac{x}{x+3}$ е почетната дропка. После зголемувањето на броителот и именителот ја добиваме дропката $\frac{x+2}{3(x+3)}$. Според тоа, $\frac{x}{x+3}+\frac{x+2}{3(x+3)}=1$. Ако првата дропка ја прошириме со 3 и ги собереме добиените дропки последователно добиваме

$$\frac{3x}{3(x+3)}+\frac{x+2}{3(x+3)}=1$$

$$\frac{4x+2}{3(x+3)}=1$$

$$4x+2=3x+9$$

$$x=7.$$

Според тоа, почетната дропка е $\frac{x}{x+3}=\frac{7}{10}$.

Задача 3. Страната на правилен многуаголник е со должина $1cm$. Колкав е периметарот на овој правилен многуаголник ако тој има 252 дијагонали?

Решение. Нека правилниот многуаголник има n страни. Тогаш бројот на неговите дијагонали е $\frac{n(n-3)}{2}=252$, односно

$$n(n-3)=2^3\cdot 3^2\cdot 7=24\cdot 21.$$

Следува дека $n=24$, а периметарот изнесува $24cm$.

Задача 4. Еден базен се полни со една цевка. Ако дотокот на водата во базенот се намали за 20%, за колку проценти ќе се зголеми времето на полнење на базенот?

Решение. Нека за 1 час од цевката во базенот истекуваа a литри вода и нека базенот се полни x часови. Тогаш волуменот на базенот е $V=ax$ литри. Ако дотокот на водата се намали за 20%, тогаш во базенот за 1 час ќе истекуваат $0,8a$ литри. Ако y е времето потребно за да во овој случај се наполни базенот, тогаш за волуменот на базенот имаме $V=0,8ay$. Според тоа, $ax=0,8ay$, од каде добиваме $10x=8y$, т.е.

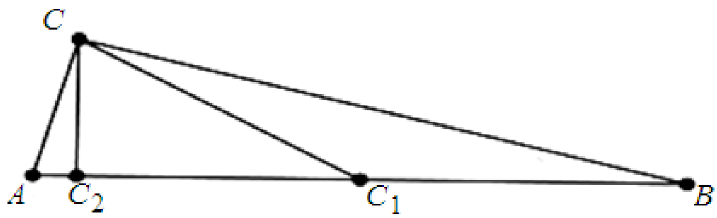
$$y=1,25x=x+0,25x,$$

што значи дека со намален доток на вода за 20% времето на полнење на базенот ќе се зголеми за 25%.

Задача 5. Нека е даден правоаголен $\triangle ABC$ со прав агол во темето C и аголот во темето B е 15°. Ако $\overline{AB}=20cm$ да се пресмета плоштината на $\triangle ABC$.

Решение. Нека CC_1 е тежишна линија во $\triangle ABC$, а CC_2 е висина. Тогаш $\triangle CC_1B$ и $\triangle ACC_1$ се рамнокраки триаголници, со агли при основата од 15° и 75°, соодветно. Од $\measuredangle ACC_2=15^\circ$ и $\measuredangle ACC_1=75^\circ$ следува

$$\measuredangle C_2CC_1=60^\circ \text{ т.е. } \measuredangle CC_1C_2=30^\circ.$$



Триаголникот CC_1C_2 е правоаголен и CC_2 е катета спроти аголот од 30°, па е половина од хипотенузата т.е. $\overline{CC_2}=\frac{\overline{CC_1}}{2}=5cm$. Следува

$$P_{\triangle AC_1C}=\frac{\overline{AC_1}\cdot\overline{CC_2}}{2}=\frac{5\cdot 10}{2}=25cm^2.$$

Конечно

$$P_{\triangle ABC}=2P_{\triangle AC_1C}=50cm^2.$$

IX одделение

Задача 1. Три девојки Ана, Маја и Александра, во шумата набрале 770 јаготки и одлучиле меѓусебно да ги поделат пропорционално со бојот на своите години. Секогаш кога Маја земала 4 јаготки, Ана земала по 3 јаготки, а на секои 6 јаготки кои ги земала Маја, Александра земала по 7 јаготки. Колку години има секоја од девојките, ако е познато дека тие заедно имаат 35 години? По колку јаготки добила секоја од нив?

Решение. Годините на Ана, Маја и Александра да ги означиме со x, y и z, соодветно. Од условот на задачата имаме,

$$\begin{cases} x+y+z=35 \\ y:x=4:3 \\ y:z=6:7 \end{cases}.$$

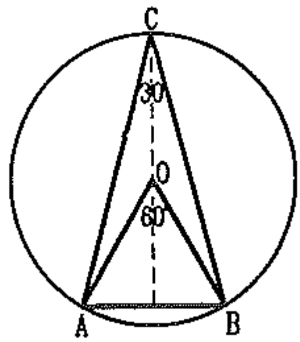
Следува $x=\frac{3}{4}y$ и $z=\frac{7}{6}y$, па со замена во $x+y+z=35$, имаме дека $x=9$, $y=12$ и $z=14$. Бидејќи $770:35=22$, добиваме дека Ана добила $9\cdot 22=198$ јаготки, Маја добила $12\cdot 22=264$ јаготки, а Александра добила $22\cdot 14=308$ јаготки.

Задача 2. Ако p е прост број поголем или еднаков на 3, тогаш 12 е делител на p^2+11. Докажи!

Решение. Ако p е прост број поголем од 3, тогаш $p=6k\pm 1$, $k\in\mathbb{N}$. Според тоа, $p^2+11=(6k\pm 1)^2+11=36k^2\pm 12k+1+11=12(3k^2\pm k+1)$, што значи дека $12\,|\,p^2+11$.

Задача 3. Во круг со радиус $r=12\,cm$ е впишан рамнокрак триаголник ABC со агол при врвот еднаков на 30°. Определи ги периметарот и плоштината на триаголникот ABC.

Решение. Бидејќи аголот при врвот на рамнокракиот триаголник ABC е еднаков на 30°, следува дека централниот агол $\measuredangle AOB$ е еднаков на 60°. Според тоа, триаголникот AOB е рамностран, па затоа $\overline{AB}=12\,cm$. Висината на триаголникот ABC е еднаква на збирот на висината на триаголникот AOB и радиусот на опишаната кружница. Значи,



$$h_c=\overline{OC}+\frac{\overline{OB}\sqrt{3}}{2}=12+6\sqrt{3}=6(2+\sqrt{3})\,cm.$$

Од Питагоровата теорема следува дека $\overline{AC}=\overline{BC}=12\sqrt{2+\sqrt{3}}\,cm$. Според тоа, периметарот на триаголникот е еднаков на $24\sqrt{2+\sqrt{3}}+12\,cm$, а плоштината е еднаква на $36(2+\sqrt{3})\,cm^2$.

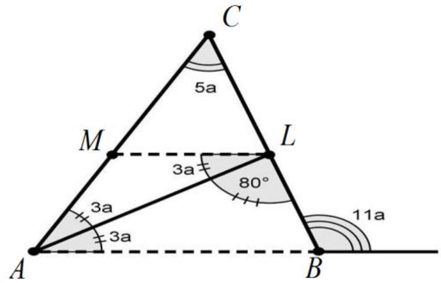
Задача 4. Даден е $\triangle ABC$ со симетрала на аголот кај темето A, $AL\,(L\in BC)$. Точката $M\in AC$ е таква што $ML\,||\,AB$. Нека β' е надворешниот агол при темето B на $\triangle ABC$ и $\measuredangle ACB:\beta'=5:11$.

а) Определи го односот $\measuredangle CAB:\measuredangle ACB$.

б) Ако $\measuredangle ALB=80^\circ$, определи го $\measuredangle ALM$.

Решение. а) Според условот на задачата имаме $\measuredangle ACB = 5a$ и $\beta' = 11a$, па затоа $\measuredangle BAC + 5a = 11a$, односно $\measuredangle BAC = 6a$. Според тоа,

$$\measuredangle CAB : \measuredangle ACB = 6a : 5a = 6:5.$$



б) Од условот на задачата следува:

$\measuredangle BAL = \measuredangle LAM = 3a$ (симетрала на аголот при темето A),

$\measuredangle BAL = \measuredangle ALM = 3a$ (пар наизменични агли),

$\measuredangle ALB = \measuredangle LAC + \measuredangle ACL$ (надворешен агол за $\triangle ALC$).

Значи, $80^\circ = 3a + 5a$, па затоа $a = 10^\circ$ и $\measuredangle ALM = 3a = 30^\circ$.

Задача 5. Ако $x = 10^{2019}$, тогаш 54 е делител на $x^2 + x - 2$. Докажи!

Решение. Го трансформираме изразот $x^2 + x - 2$ и добиваме

$$x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2) = (1\underbrace{000\ldots0}_{2019} - 1)(1\underbrace{000\ldots0}_{2019} + 2) = \underbrace{999\ldots9}_{2019} \cdot 1\underbrace{000\ldots2}_{2019}.$$

Првиот множител е делив со 9, а вториот со 6, од каде следува дека 54 е делител на $x^2 + x - 2$ кога $x = 10^{2019}$.