Малчески Самоил
Уни. "Св. Апостол Павле", Охрид

ИЗБОР НА СРЕДСТВА ЗА РАБОТА

Планирањето на инвестициите, нивната анализа и нивниот избор, т.е. одлучувањето на ова поле, претставува процес во кој учествуваат повеќе чинители, укажува дека анализата на можните средства за работа и нивниот избор претходи на инвестиционата одлука.

Во оваа работа ќе покажеме како со помош на дисконтните пресметувања може да се донесе квалитетна одлука при изборот на средствата за работа. Притоа, дисконтираните вредности на трошоците ни овозможуваат точно квантитативно споредување, бидејќи сите фактори се сведуваат на иста точка во времето.

1. ИЗБОР НА СРЕДСТВА ЗА РАБОТА ПРИ ДИСКРЕТНО ВКАМАТУВАЊЕ

Нека a_1 и a_2 се набавните цени и n_1 и n_2 се времетраењата изразени во години на средствата за работа A и B, соодветно. Ако c_1 и c_2 се годишните трошоци за инвестиционо одржување на средствата A и B, а v_1 и v_2 се ликвидационите вредности на средствата A и B, соодветно, и годишна каматна стапка $p\%\,\text{p.a.(d)}$, треба да донесеме одлука кое средство да го набавиме, под услов и двете средства подеднакво да ги задоволуваат потребите на производството.

Бидејќи годишната каматна стапка е $p\%\,\text{p.a.(d)}$, за декурзивниот фактор добиваме $r=1+\frac{p}{100}$, што значи дека годишниот дисконтен фактор е $\frac{1}{r}$. Со оглед на тоа, дека станува збор за можност за инвестирање на различни износи a_1 и a_2, за различни времетраења n_1 и n_2 и различни годишни трошоци за инвестиционо одржување c_1 и c_2, соодветно потребно е да ги определиме просечните трошоците на годишно ниво за секое од средствата A и B, врз основа на кои ќе донесеме одлука кое средство да го набавиме. За таа цел потребно е набавните вредности a_1 и a_2, според векот на траење n_1 и n_2 да ги пресметаме во соодветни годишни износи C_A и C_B. Од досега изнесеното можеме да сметаме дека набавната вредност a_1 на средството A е еднаква на збирот на дисконтираните вредности од C_A во првите n_1 години од набавката на средството A, т.е.

$$a_1=\frac{C_A}{r}+\frac{C_A}{r^2}+...+\frac{C_A}{r^{n_1}}=C_A\frac{r^{n_1}-1}{r^{n_1}(r-1)}$$

од каде наоѓаме:

$$C_A=a_1\frac{r^{n_1}(r-1)}{r^{n_1}-1}\,. \qquad (1)$$

Аналогно, за средството B наоѓаме:

$$C_B = a_2 \frac{r^{n_2}(r-1)}{r^{n_2}-1}. \tag{2}$$

Понатаму, ако

$$C_A + c_1 > C_B + c_2,$$

тогаш средството B е поекономично од средството A, и обратно ако

$$C_A + c_1 < C_B + c_2,$$

тогаш е поповолна набавката на средството A.

Ако покрај претходно наведените параметри се дадени и различни ликвидациони вредности v_1 и v_2, тогаш бидејќи ликвидационата вредност е актива на претпријатието треба да се пресмета и годишниот дел на ликвидационата вредност v_A, односно v_B и истата да се одземе од $C_A + c_1$, односно $C_B + c_2$. Бидејќи пресметувањето на годишната ликвидациона вредност v_A е на крајот од секоја година, декурзивниот каматен фактор е $r = 1 + \frac{p}{100}$ и вкупните ликвидациони средства се v_1 добиваме:

$$v_1 = v_A r^{n_1 - 1} + v_A r^{n_1 - 2} + ... + v_A r + v_A = v_A \frac{r^{n_1}-1}{r-1},$$

од каде наоѓаме:

$$v_A = v_1 \frac{r-1}{r^{n_1}-1}. \tag{3}$$

Аналогно, за средството B наоѓаме:

$$v_B = v_2 \frac{r-1}{r^{n_2}-1}. \tag{3}$$

Конечно, ако за годишните трошоци за средствата важи

$$C_A + c_1 - v_A > C_B + c_2 - v_B,$$

тогаш средството B е поекономично од средството A, и обратно, ако

$$C_A + c_1 - v_A < C_B + c_2 - v_B,$$

тогаш е поповолна набавката на средството A.

Пример 1. За извршување на една иста операција во производниот процес имаме можност да набавиме машина A по цена 2000000 денари, со век на траење од 7 години и машина B по цена 2200000 денари, со век на траење од 8 години. Ако годишните трошоци за инвестиционо одржување на машините A и B се 19500 и 20000 денари, а ликвидационите вредности се 180000 и 190000 денари, соодветно, а годишната каматна стапка е $8\%\,\mathrm{p.a.(d)}$, да се донесе одлука која машина е поповолно да ја набавиме.

Решение. За машината A имаме:

$n_1 = 7$, $a_1 = 2000000$ денари, $c_1 = 19500$ денари и $v_1 = 180000$ денари.

Користејќи ја формулата (1) добиваме:

$$C_A = a_1 \frac{r^{n_1}(r-1)}{r^{n_1}-1} = 2000000 \bullet \frac{1{,}08^7(1{,}08-1)}{1{,}08^7-1} = 384144{,}08 \text{ денари,}$$

а користејќи ја формулата (3) наоѓаме:

$$v_A = v_1 \frac{r-1}{r^{n_1}-1} = 180000 \bullet \frac{1{,}08-1}{1{,}08^7-1} = 20173{,}03 \text{ денари.}$$

Според тоа,

$$C_A + c_1 - v_A = 384144{,}08 + 19500 - 20173{,}03 = 383471{,}05 \text{ денари.}$$

Понатаму, за машината B имаме: $n_2 = 8$, $a_2 = 2200000$ денари, $c_2 = 20000$ денари и $v_2 = 190000$ денари. Користејќи ги формулите (2) и (4) добиваме:

$$C_B = a_2 \frac{r^{n_2}(r-1)}{r^{n_2}-1} = 2200000 \bullet \frac{1{,}08^8(1{,}08-1)}{1{,}08^8-1} = 382832{,}47 \text{ денари и}$$

$$v_B = v_2 \frac{r-1}{r^{n_2}-1} = 190000 \bullet \frac{1{,}08-1}{1{,}08^8-1} = 17862{,}80 \text{ денари.}$$

Според тоа,

$$C_B + c_2 - v_B = 382832{,}47 + 20000 - 17862{,}80 = 384969{,}67 \text{ денари.}$$

Забележуваме дека $C_A + c_1 - v_A < C_B + c_2 - v_B$, што значи дека набавката на машината A е поповолна. ♦

Забелешка 1. Ако имаме можност да избираме меѓу n машини A_i, $i = 1,...,n$ за кои се дадени набавните цени $a_i, i = 1,...,n$, трошоците за одржување $c_i, i = 1,...,n$ и нивните ликвидациони вредности $v_i, i = 1,...,n$, тогаш користејќи ги формулите (1) и (3) ги пресметуваме годишните трошоци

$$C_{A_i}, i = 1,...,n \text{ и } v_{A_i}, i = 1,...,n,$$

а потоа ги определуваме трошоците

$$C_{A_i} + c_i - v_{A_i}, i = 1,...,n.$$

Јасно, оптимално е да ја набавиме машината A_j за која

$$C_{A_j} + c_j - v_{A_j} = \min\{C_{A_i} + c_i - v_{A_i}, i = 1,...,n\}.$$

Притоа, ако не ни се познати ликвидационите вредности, тогаш во последната формула ставаме $v_{A_i} = 0, i = 1,...,n$ и ја набавуваме машината A_j за која

$$C_{A_j} + c_j = \min\{C_{A_i} + c_i, i = 1,...,n\}.$$

Нека a е набавната вредност на средството A, годишните трошоци за инвестиционо одржување во првите k години се b, годишните трошоци за инвестиционо одржување во следните $n-k$ години се c и v е ликвидационата вредност по истекот на првите n години. Во случај средството A да го користиме n_1 години, $n_1 > n$, констатирано е дека трошоците за инвестиционо одржување во првите n години се исти, годишните трошоци за инвестиционо одржување во последните $n_1 - n$ години се d и v' е ликвидационата вредност на крајот на n_1 години. Во текот на сите n_1 години годишната каматна стапка е $p\%\mathrm{p.a.(d)}$. За да донесеме одлука дали средството ќе го користиме n или n_1 години потребно е, во зависност од времето на користење, да ги определиме годишните трошоци и истите да ги споредиме. Притоа имаме $r = 1 + \frac{p}{100}$.

Трошоците предизвикани од набавката на средството за n години се $C_A = a\frac{r^n(r-1)}{r^n-1}$, а за n_1 години се $C_{A*} = a\frac{r^{n_1}(r-1)}{r^{n_1}-1}$. Понатаму, делот од ликвидационата вредност кој припаѓа на секоја година кога средството се користи n години е $v_A = v\frac{r-1}{r^n-1}$, а делот од ликвидационата вредност кој припаѓа на секоја година кога средството се користи n_1 години е $v_{A*} = v'\frac{r-1}{r^{n_1}-1}$. Останува да ги определиме просечните годишни трошоци за инвестиционо одржување кога средството се користи n, односно n_1 години. Притоа, за да ги добиеме просечните годишни трошоци за инвестиционо одржување c_1 за првите n години, прво ќе го пресметаме збирот на дисконтираните годишни трошоци за инвестиционо одржување за првите n години кој изнесува

$$C = \frac{b}{r} + \frac{b}{r^2} + \ldots + \frac{b}{r^k} + \frac{c}{r^{k+1}} + \ldots + \frac{c}{r^n} = b\frac{r^k-1}{r^k(r-1)} + c\frac{r^{n-k}-1}{r^n(r-1)}.$$

Понатаму, збирот на дисконтираните годишни трошоци за инвестиционо одржување за првите n години изразен со помош на просечните годишни трошоци за инвестиционо одржување c_1 е

$$C = \frac{c_1}{r} + \frac{c_1}{r^2} + \ldots + \frac{c_1}{r^n} = c_1\frac{r^n-1}{r^n(r-1)}.$$

Од последните две равенства за просечните годишни трошоци за инвестиционо одржување c_1 во првите n години е

$$c_1 = br^{n-k}\frac{r^k-1}{r^n-1} + c\frac{r^{n-k}-1}{r^n-1}.$$

Понатаму, за да ги добиеме просечните годишни трошоци за инвестиционо одржување c_1^* кога средството се користи n_1 години, прво ќе го пресметаме збирот на дисконтираните годишни трошоци за инвестиционо одржување за n_1 години кој изнесува

$$C = \frac{b}{r} + \frac{b}{r^2} + \ldots + \frac{b}{r^k} + \frac{c}{r^{k+1}} + \ldots + \frac{c}{r^n} + \frac{d}{r^{n+1}} + \ldots + \frac{d}{r^{n_1}} = b\frac{r^k-1}{r^k(r-1)} + c\frac{r^{n-k}-1}{r^n(r-1)} + d\frac{r^{n_1-n}-1}{r^{n_1}(r-1)}.$$

Сега, збирот на дисконтираните годишни трошоци за инвестиционо одржување за n_1 години изразен со помош на просечните годишни трошоци за инвестиционо одржување c_1^* се

$$C=\frac{c_1^*}{r}+\frac{c_1^*}{r^2}+...+\frac{c_1^*}{r^{n_1}}=c_1^*\,\frac{r^{n_1}-1}{r^{n_1}(r-1)}\,.$$

Од последните две равенства за просечните годишни трошоци за инвестиционо одржување c_1^* кога средството се користи n_1 години се

$$c_1^*=br^{n_1-k}\,\frac{r^k-1}{r^{n_1}-1}+cr^{n_1-n}\,\frac{r^{n-k}-1}{r^{n_1}-1}+d\,\frac{r^{n_1-n}-1}{r^{n_1}-1}\,.$$

Конечно, ако важи

$$C_{A*}+c_1^*-v_{A*}<C_A+c_1-v_A\,,$$

тогаш е поисплатливо средството да го користиме n_1 години, а ако

$$C_{A*}+c_1^*-v_{A*}>C_A+c_1-v_A\,,$$

тогаш е поисплатливо средството да го користиме n години.

Пример 2. Нека 1500000 денари е набавната вредност на средството A, годишните трошоци за инвестиционо одржување во првите 5 години се 12000 денари, годишните трошоци за инвестиционо одржување во следните 3 години се 15000 денари и 180000 денари е ликвидационата вредност по истекот на првите 8 години. Во случај средството A да го користиме 10 години, констатирано е дека трошоците за инвестиционо одржување во првите 8 години се исти, годишните трошоци за инвестиционо одржување во последните 2 години се 16000 денари и 170000 денари е ликвидационата вредност на крајот на 10-та година. Во текот на сите 10 години годишната каматна стапка е $7\%\,\mathrm{p.a.(d)}$. Да се определи дали е порентабилно средството A да го користиме 8 или 10 години.

Решение. Од условот на задачата имаме $a=1500000$ денари, $k=5$ години, $b=12000$ денари, $n=8$ години, $c=15000$ денари, $v=180000$ денари, $n_1=10$ години, $d=16000$ денари, $v'=170000$ денари и $p=7\%$ $\mathrm{p.a.(d)}$, т.е. $r=1{,}07$.

Трошоците предизвикани од набавката на средството за $n=8$ години се

$$C_A=a\frac{r^n(r-1)}{r^n-1}=1500000\bullet\frac{1{,}07^8(1{,}07-1)}{1{,}07^8-1}=251201{,}64 \text{ денари,}$$

а за $n_1=10$ години се

$$C_{A*}=a\frac{r^{n_1}(r-1)}{r^{n_1}-1}=1500000\bullet\frac{1{,}07^{10}(1{,}07-1)}{1{,}07^{10}-1}=213566{,}25 \text{ денари.}$$

Понатаму, делот од ликвидационата вредност кој припаѓа на секоја година кога средството се користи $n=8$ години е

$$v_A=v\,\frac{r-1}{r^n-1}=180000\bullet\frac{1{,}07-1}{1{,}07^8-1}=17544{,}20 \text{ денари,}$$

а делот од ликвидационата вредност кој припаѓа на секоја година кога средството се користи $n_1=10$ години е

$$v_{A*}=v'\,\frac{r-1}{r^{n_1}-1}=170000\bullet\frac{1{,}07-1}{1{,}07^{10}-1}=12304{,}18 \text{ денари.}$$

Просечните годишни трошоци за инвестиционо одржување во првите $n = 8$ години се

$$c_1 = br^{n-k} \frac{r^k - 1}{r^n - 1} + c \frac{r^{n-k} - 1}{r^n - 1} = 12000 \bullet 1,07^3 \frac{1,07^5 - 1}{1,07^8 - 1} + 15000 \bullet \frac{1,07^3 - 1}{1,07^8 - 1}$$
$$= 8239,81 + 4700,24 = 12940,05 \text{ denari.}$$

Просечните годишни трошоци за инвестиционо одржување кога средството се користи $n_1 = 10$ години се

$$c_1^* = br^{n_1 - k} \frac{r^k - 1}{r^{n_1} - 1} + cr^{n_1 - n} \frac{r^{n-k} - 1}{r^{n_1} - 1} + d \frac{r^{n_1 - n} - 1}{r^{n_1} - 1}$$
$$= 12000 \bullet 1,07^5 \frac{1,07^5 - 1}{1,07^{10} - 1} + 15000 \bullet 1,07^2 \frac{1,07^3 - 1}{1,07^{10} - 1} + 16000 \bullet \frac{1,07^2 - 1}{1,07^{10} - 1}$$
$$= 4375,07 + 3996,04 + 2397,14 = 10768,25 \text{ denari.}$$

Конечно,

$$C_{A^*} + c_1^* - v_{A^*} = 213566,25 + 10768,25 - 12304,18 = 212030,32 \text{ denari}$$
$$C_A + c_1 - v_A = 251201,64 + 12940,05 - 17544,20 = 246597,49 \text{ denari,}$$

т.е.

$$C_{A^*} + c_1^* - v_{A^*} < C_A + c_1 - v_A \,,$$

што значи дека е поисплатливо средството да го користиме 10 години. ♦

2. ИЗБОР НА СРЕДСТВО ЗА РАБОТА ПРИ НЕПРЕКИНАТИ ГОДИШНИ ТРОШОЦИ ЗА ОДРЖУВАЊЕ

Нека a_1 и a_2 се набавните цени и n_1 и n_2 се времетраењата изразени во години на средствата за работа A и B, соодветно. Ако c_1 и c_2 се резервираните трошоци за инвестиционо одржување на средствата A и B, а v_1 и v_2 се ликвидационите вредности на средствата A и B, соодветно, и годишна каматна стапка $p\%$p.a.(d), треба да донесеме одлука кое средство да го набавиме, под услов и двете средства подеднакво да ги задоволуваат потребите на производството.

Нека претпоставиме дека соодветните делови на набавните вредности, како и годишните трошоци за инвестициони одржувања на средстава A и B се реализираат непрекинато. Притоа, бидејќи годишната каматна стапка е $p\%$p.a.(d), имаме $i = \frac{p}{100}$. Понатаму, соодветниот дел на набавната вредност на средството A во интервалот $[t, t + \Delta t]$ приближно е еднаква на $C_A \Delta t$, па затоа нејзината дисконтирана вредност при непрекинато вкаматување приближно е еднаква на $C_A e^{-it} \Delta t$. Според тоа, ако $t_k, k = 0,1,2,...,m$ е поделба на интервалот $[0, n_1]$, тогаш збирот на дисконтираните вредности на интервалот $[0, n_1]$ приближно е еднаков на

$$\sum_{i=1}^{m} C_A e^{-i\xi_i} \Delta t_i,\ \xi_i \in [t_{i-1}, t_i],\ i = 1, 2, ..., m$$

и ако земеме $\Delta t \to 0$, добиваме дека овој збир е еднаков на

$$\int_0^{n_1} C_A e^{-it} dt .$$

Понатаму, ако земеме дека набавната вредност a_1 на средството A е еднаква на збирот на дисконтираните вредности при непрекинато вкаматување добиваме дека

$$a_1 = \int_0^{n_1} C_A e^{-it} dt = C_A \frac{1-e^{-in_1}}{i} ,$$

односно

$$C_A = \frac{a_1 i}{1-e^{-in_1}} . \tag{1}$$

Аналогно, за средството B добиваме

$$C_B = \frac{a_2 i}{1-e^{-in_2}} . \tag{2}$$

На сличен начин, за трошоците за инвестиционо одржување на средствата A и B добиваме

$$T_A = \frac{c_1 i}{1-e^{-in_1}} , \tag{3}$$

$$T_B = \frac{c_2 i}{1-e^{-in_2}} , \tag{4}$$

Конечно, ако

$$C_A + T_A > C_B + T_B ,$$

тогаш средството B е поекономично од средството A, и обратно ако

$$C_A + T_A < C_B + T_B ,$$

тогаш е поповолна набавката на средството A.

Ако покрај претходно наведените параметри се дадени и различни ликвидациони вредности v_1 и v_2, тогаш бидејќи ликвидационата вредност е актива на претпријатието треба да се пресмета и делот на ликвидационата вредност v_A, односно v_B и истата да се одземе од $C_A + T_A$, односно $C_B + T_B$.

Понатаму, соодветниот дел на ликвидационата вредност на средството A во интервалот $[t, t + \Delta t]$ приближно е еднаква на $v_A \Delta t$, па затоа нејзината капитализирана вредност при непрекинато вкаматување приближно е еднаква на $v_A e^{it} \Delta t$. Според тоа, ако $t_k,\ k = 0, 1, 2, ..., m$ е поделба на интервалот $[0, n_1]$, тогаш збирот на соодветните делови на ликвидационата вредност на средството A во интервалот $[0, n_1]$ приближно е еднаков на

$$\sum_{i=1}^{m} v_A e^{i\xi_i} \Delta t_i,\ \xi_i \in [t_{i-1}, t_i],\ i = 1, 2, ..., m$$

и ако земеме $\Delta t \to 0$, добиваме дека овој збир е еднаков на

$$\int_0^{n_1} v_A e^{it} dt .$$

Понатаму, ако земеме дека ликвидационата вредност v_1 на средството A е еднаква на збирот на капитализираните вредности при непрекинато вкаматување добиваме дека

$$v_1 = \int_0^{n_1} v_A e^{it} dt = v_A \frac{e^{in_1} - 1}{i},$$

односно

$$v_A = \frac{v_1 i}{e^{in_1} - 1} \tag{5}$$

Аналогно, за средството B добиваме

$$v_B = \frac{v_2 i}{e^{in_2} - 1} \tag{6}$$

Конечно, ако

$$C_A + T_A - v_A > C_B + T_B - v_B,$$

тогаш средството B е поекономично од средството A, и обратно, ако

$$C_A + T_A - v_A < C_B + T_B - v_B,$$

тогаш е поповолна набавката на средството A.

Забелешка 2. Ако имаме можност да избираме меѓу n машини A_i, $i = 1, ..., n$ за кои се дадени набавните цени $a_i, i = 1, ..., n$, резервираните трошоци за одржување $c_i, i = 1, ..., n$ и нивните ликвидациони вредности $v_i, i = 1, ..., n$, тогаш користејќи ги формулите (1), (3) и (5) ги пресметуваме трошоците

$$C_{A_i}, i = 1, ..., n;\ T_{A_i}, i = 1, ..., n \text{ и } v_{A_i}, i = 1, ..., n,$$

а потоа ги определуваме трошоците

$$C_{A_i} + T_{A_i} - v_{A_i}, i = 1, ..., n .$$

Јасно, оптимално е да ја набавиме машината A_j за која

$$C_{A_j} + T_{A_j} - v_{A_j} = \min\{C_{A_i} + T_{A_i} - v_{A_i}, i = 1, ..., n\} .$$

Притоа, ако не ни се познати ликвидационите вредности, тогаш во последната формула ставаме $v_{A_i} = 0, i = 1, ..., n$ и ја набавуваме машината A_j за која

$$C_{A_j} + T_{A_j} = \min\{C_{A_i} + T_{A_i}, i = 1, ..., n\} .$$

Нека a е набавната вредност на средството A, годишните трошоци за инвестиционо одржување во првите k години се b, годишните трошоци за инвестиционо одржување во следните $n-k$ години се c и v е ликвидационата вредност по истекот на првите n години. Во случај средството A да го користиме n_1 години, $n_1 > n$, констатирано е дека трошоците за инвестиционо одржување во првите n години се исти, годишните трошоци за инвестиционо одржување во последните $n_1 - n$ години се d и v' е ликвидационата вредност на крајот на n_1 години. Во текот на сите n_1 години годишната каматна стапка е $p\%\text{p.a.(d)}$. За да донесеме одлука дали средството ќе го користиме n или n_1 години потребно е, во зависност од времето на користење, да ги определиме годишните трошоци и истите да ги спoредиме. Притоа имаме $i = \frac{p}{100}$.

Трошоците предизвикани од набавката на средството за n години се $C_A = \frac{ai}{1-e^{-in}}$, а за n_1 години се $C_{A^*} = \frac{ai}{1-e^{-in_1}}$. Понатаму, делот од ликвидационата вредност кога средството се користи n години е $v_A = \frac{vi}{e^{in}-1}$, а делот од ликвидационата вредност кога средството се користи n_1 години е $v_{A^*} = \frac{v'i}{e^{in_1}-1}$. Останува да ги определиме трошоците за инвестиционо одржување кога средството се користи n, односно n_1 години.

Збирот на дисконтираните вредности C на трошоците за одржување b и c кои течат непрекинато k и $n-k$ години со непрекинато вкаматување можеме да го определиме со формулата

$$C = \int_0^k be^{-it}dt + [\int_k^n ce^{-it}dt]e^{-ik} = \int_0^k be^{-it}dt + [\int_0^{n-k} ce^{-i(u+k)}du]e^{-ik} = b\frac{1-e^{-ik}}{i} + ce^{-2ik}\,\frac{1-e^{-i(n-k)}}{i}.$$

Понатаму, од C треба да ги пресметаме еквивалентните константни трошоци c_1 за n години. Имаме $c_1 = \frac{Ci}{1-e^{-in}}$, и од последните две равенства за просечните трошоци за инвестиционо одржување c_1 во првите n години е

$$c_1 = b\frac{1-e^{-ik}}{1-e^{-in}} + ce^{-2ik}\,\frac{1-e^{-i(n-k)}}{1-e^{-in}}.$$

Збирот на дисконтираните трошоци C за инвестиционо одржување b, c и d кои течат непрекинато k, $n-k$ и $n_1 - n$ години со непрекинато вкаматување можеме да го определиме со формулата

$$\begin{aligned} C &= \int_0^k be^{-it}dt + [\int_k^n ce^{-it}dt]e^{-ik} + [\int_n^{n_1} de^{-it}dt]e^{-in} \\ &= \int_0^k be^{-it}dt + [\int_0^{n-k} ce^{-i(u+k)}du]e^{-ik} + [\int_0^{n_1-n} de^{-i(u+n)}du]e^{-in} \\ &= b\frac{1-e^{-ik}}{i} + ce^{-2ik}\,\frac{1-e^{-i(n-k)}}{i} + ce^{-2in}\,\frac{1-e^{-i(n_1-n)}}{i}. \end{aligned}$$

Понатаму, од C треба да ги пресметаме еквивалентните константни трошоци c_1^* за n_1 години. Имаме $c_1^* = \frac{Ci}{1-e^{-in_1}}$, и од последните две равенства за просечните трошоци за инвестиционо одржување c_1^* во првите n_1 години е

$$c_1^* = b\frac{1-e^{-ik}}{1-e^{-in_1}} + ce^{-2ik}\frac{1-e^{-i(n-k)}}{1-e^{-in_1}} + ce^{-2in}\frac{1-e^{-i(n_1-n)}}{1-e^{-in_1}}..$$

Конечно, ако важи

$$C_{A*} + c_1^* - v_{A*} < C_A + c_1 - v_A,$$

тогаш е поисплатливо средството да го користиме n_1 години, а ако

$$C_{A*} + c_1^* - v_{A*} > C_A + c_1 - v_A,$$

тогаш е поисплатливо средството да го користиме n години.

ЗАДАЧИ ЗА САМОСТОЈНА РАБОТА

1. За извршување на една иста операција во производниот процес имаме можност да набавиме машина A по цена 2200000 денари, со век на траење од 8 години и машина B по цена 2300000 денари, со век на траење од 9 години. Ако годишните трошоци за инвестиционо одржување на машините A и B се 18500 и 19000 денари, ликвидационите вредности се 190000 и 200000 денари, соодветно, а годишната каматна стапка е $9\% \text{p.a.(d)}$, да се донесе одлука која машина е поповолно да ја набавиме.
2. Нека 1700000 денари е набавната вредност на машината A, годишните трошоци за инвестиционо одржување во првите 7 години се 13000 денари, годишните трошоци за инвестиционо одржување во следните 3 години се 14000 денари и 200000 денари е ликвидационата вредност по истекот на првите 10 години. Во случај машината A да ја користиме 12 години, констатирано е дека трошоците за инвестиционо одржување во првите 10 години се исти, годишните трошоци за инвестиционо одржување во последните 2 години се 15000 денари и 185000 денари е ликвидационата вредност на крајот на 12-та година. Во текот на сите 12 години годишната каматна стапка е $8\% \text{p.a.(d)}$. Да се определи дали е порентабилно средството да го користиме 10 или 12 години.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zima, P., Brown, R. L.: *Mathematics of Finance*, Schaum`s O.S.,1996
2. Йовкова, Й.; Петков, Б.: *Финансова математика*, Нова звезда, София, 2001
3. Малчески, Р.; Малчески, С.: *Основи на финансиска математика,* ФОН универзитет, Скопје, 2010

Статијата прв пат е објавена во списанието СИГМА на Сојузот на математичарите на Македонија