Ристо Малчески

СТРЕЛКИТЕ НА ЧАСОВНИКОТ СЕ ДВИЖАТ, ПА ШТО

Ако погледнете часовник во моментот кога се поклопуваат стрелките на часовникот вообичаено помислувате: ”Цагер, некој мисли на мене”. Ако е ова точно, тогаш можеме да одредиме колку пати во текот на еден ден може да се случи “некој да мисли на мене”, а исто така и да го одредиме и времето кога тоа може да го направи.

Во врска со претходно изнесеното ќе разгледаме неколку задачи кои се однесуваат на движењето на стрелките на часовникот.

Задача 1. *Петар, влегувајќи во берберница, после 18 часот, забележал дека стрелките на часовникот зафаќаат агол од 90^0, а при излегувањето, нешто пред 19 часот, забележал дека минутната стрелка ја престигнала часовната и дека тие зафаќаат агол од 75^0. Колку време Петар се задржал во берберницата.*

Решение. Прво да забележиме дека бројчаникот на часовникот е поделен на 60 еднакви делови кои имаат по 6^0. Притоа, големата стрелка “поминува” еден таков дел за една минута, а малата стрелка ист таков дел “поминува” за 12 минути, т.е. изминатите “патишта” за исто време се однесуваат како 12:1.

Сега, нека часовната стрелка изминала x степени. Тогаш минутната стрелка изминала, од една страна $12x$ степени, а од друга страна 90^0+x+75^0. Значи, $165^0+x=12x$, од каде што добиваме $x=15^0$. Но, часовната стрелка за еден час поминува $360^0:12=30^0$, па затоа за половина час поминува 15^0.

Конечно, Петар во берберницата се задржал половина час, т.е. 30 минути. ♦

Задача 2. *Стрелките на часовникот се поклопуваат кога часовникот покажува точно 0 часот. Одредете:*

а) *Колку пати во текот на 12 часа ќе се поклопат стрелките на часовникот?*

б) *Во кои временски моменти се случуваат поклопувањата на стрелките на часовникот?*

Решение. Во решението на задача 1 констатиравме дека изминатите “патишта” за исто време се однесуваат како 12:1.

Нека стрелките на часовникот покажуваат точно 0 часот. Со x да го означиме “патот”, изразен во поделци, кој ќе го помине големата стрелка до моментот на повторното поклопување со малата стрелка. За тоа време малата стрелка ќе помине x-60 поделци, па значи: $x:(x-60)=12:1$, од каде што добиваме:

$$x=\frac{12\cdot 60}{11}=65\frac{5}{11}.$$

Значи, големата стрелка ќе ја стигне малата стрелка откако ќе помине $65\frac{5}{11}$ делови, т.е. после $65\frac{5}{11}$ минути = 1 ч ас $5\frac{5}{11}$ минути.

Според тоа, помеѓу секои две поклопувања ќе поминат 1 ч ас $5\frac{5}{11}$ минути. Временските моменти во кои се случуваат поклопувањата се:

0 часот,	1 ч асот и $5\frac{5}{11}$ минути,
2 ч асот и $10\frac{10}{11}$ минути,	3 ч асот и $16\frac{4}{11}$ минути,
4 ч асот и $21\frac{9}{11}$ минути,	5 ч асот и $27\frac{3}{11}$ минути,
6 ч асот и $32\frac{8}{11}$ минути,	7 ч асот и $38\frac{2}{11}$ минути,
8 ч асот и $43\frac{7}{11}$ минути,	9 ч асот и $49\frac{1}{11}$ минути,
10 ч асот и $54\frac{6}{11}$ минути,	12 часот итн.

а) Според решението по б) во текот на 12 часа стрелките на часовникот ќе се поклопат 11 пати, при што не го броиме почетното поклопување. ♦

Задача 3. *Стрелките на часовникот покажуваат точно 9 часот. По колку време големата стрелка ќе ја стигне малата стрелка?*

Решение. I начин. Според решението на задча 2 првото поклупување на двете стрелки, после 9 часот, е во 9 ч асот и $49\frac{1}{11}$ минути. Значи, големата стрелка ќе ја стигне малата после $49\frac{1}{11}$ минути.

II начин. Со x да го означиме впатотг што ќе го помине големата стрелка до моментот на поклопувањето со малата стрелка. За тоа време, малата стрелка ќе помине x-45 поделци, па значи:

$$x:(x-45)=12:1,$$

од каде добиваме $x = 49\frac{1}{11}$. Значи, големата стрелка ќе ја стигне малата откако ќе помине $49\frac{1}{11}$ поделци, т.е. после $49\frac{1}{11}$ минути. ♦

Задача 4. *Неколку минути после 12 часот Стефан почнал да пишува домашна задача и во тој момент погледнал на часовникот. Кога завршил повторно погледнал на часовникот и констатирал дека стрелките меѓусебно ги замениле местата.*

Колку време Стефан ја пишувал домашната задача? Кога Стефан почнал да ја пишува домашната задача и кога ја завршил?

Решение. Бидејќи стрелките ги заменуваат местата потребно е големата стрелка да го доврши започнатиот круг и да дојде на местото на малата стрелка, а за тоа време малата стрелка тргнувајќи од својата положба треба да дојде на местото на големата стрелка. Значи, стрелките заедно ќе поминат цел круг. Но, големата стрелка е дванаесет пати побрза од малата, па ако со x ги означиме минутите потребни за замена на местата добиваме

$x+\frac{x}{12}=60$. Според тоа, $x=\frac{720}{13}=55\frac{5}{13}$ минути и тоа е времето потребно Стефан да ја напише домашната задача.

Нека моментот кога Стефан почнал да ја пишува домашната задача е 12 часот и 5 минути. Растојанието меѓу стрелките е $\frac{11}{12}n$ и тоа е еднакво на $\frac{1}{13}$ од целиот круг. Значи, $\frac{11}{12}n=\frac{60}{13}$ т.е. $n=\frac{720}{143}=5\frac{5}{143}$ минути.

Според тоа, Стефан почнал да ја пишува домашната задача во 12 часот и $5\frac{5}{143}$ минути, а ја завршил во

$$12 \text{ часот } \left(5\frac{5}{143}+55\frac{5}{13}\right) \text{ минути} = 13 \text{ ч асот } \frac{60}{143} \text{ минути.} \ \blacklozenge$$

Последните две задачи нема да ги решиме. Истите можете да ги решите користејќи се со идеите од решенијата на претходните четири задачи.

Задача 5. *Михаил тргнал на училиште меѓу 6 и 7 часот и тоа во моментот кога стрелките на часовникот се поклопувале, а се вратил меѓу 12 и 13 часот во моментот кога стрелките образувале рамен агол. Колку време Михаил бил отсутен од дома?*

Задача 6. *Тимотеј и Кирил започнале партија шах меѓу 14 и 15 часот, а ја завршиле меѓу 16 и 17 часот точно во моментот кога стрелките во однос на положбата кога ја започнале партијата ги замениле местата. Колку време траела партијата шах?*

Забелешка. Очигледно не сме во состојба од часовникот да ги прочитаме временските моменти на поклопување на стрелките, а исто и моментите кога тиа формираат рамен агол. Сепак, тоа не ни пречеше да разгледаме неколку, се надевам, интересни задачи поврзани со движењето на стрелките на часовникот.

Статијата прв пат е објавена во списанието НУМЕРУС на СММ