У СУСРЕТ 2012. ГОДИНИ

Ратко Тошић, Нови Сад

ЗАДАЦИ

1. Сваку звездицу замени неком цифром тако да се добије тачан рачун:

$$* \times *** + * = 2012.$$

2. Замени a, b, c, d, e цифрама (различита слова различитим цифрама) тако да се добије тачна једнакост:

$$a \times \overline{bcd} + e = 2012.$$

3. Колико најмање пута треба узастопно исписати број 2012 да би се добио број дељив са 99?

4. На колико начина се броју 2012 могу дописати три цифре тако да се добије број дељив са 2010?

5. Између сваке две цифре низа

9 8 7 6 5 4 3 2 1

постави знак неке основне операције и по потреби распореди заграде тако да се добије израз чија је бројевна вредност једнака 2012.

6. На шест места у низу од дванаест двојки

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

уметни знак рачунске операције тако да вредност добијеног израза буде 2012.

7. На пет места у низу од седамнаест јединица

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

уметни знаке + и – тако да вредност добијеног израза буде 2012.

8. Прецртај 6 цифара у низу

2012201220122012

тако да десетоцифрени број који се састоји од преосталих цифара буде:
а) највећи могући; б) најмањи могући.

9. Доња једнакост је нетачна.

Премести два дрвцета тако да добијеш тачну једнакост.

10. Које године је рођена особа која ће 2012. године имати онолико година колики је збир цифара године њеног рођења?

11. Број 2012 може се предтсавити помоћу 12 јединица на следећи начин:

$$(1111 - 111) \cdot (1 + 1) + 11 + 1 = 2012.$$

Нађи слична представљања броја 2012 помоћу 12 једнаких цифара (различитих од 1).

12. Марко има на располагању неограничени број квадрата са страницама целобројне дужине. Са колико најмање квадрата Марко може да сложи правоугаоник површине 2012?

РЕШЕЊА

1. Треба уствари наћи сва решења једначине

$$a \times \overline{bcd} + e = 2012.$$

где су a, b, c, d, e цифре и $\overline{bcd}$ декадни запис троцифреног броја. Како је $e \le 9$, мора бити $2012 \ge a \times \overline{bcd} \ge 2003$. Директном провером налазимо 12 решења:

$3 \times 668 + 8 = 2012;$	$3 \times 669 + 5 = 2012;$	$3 \times 670 + 2 = 2012;$
$4 \times 501 + 8 = 2012;$	$4 \times 502 + 4 = 2012;$	$5 \times 401 + 7 = 2012;$
$5 \times 402 + 2 = 2012;$	$6 \times 334 + 8 = 2012;$	$6 \times 335 + 2 = 2012;$
$7 \times 287 + 3 = 2012;$	$8 \times 251 + 4 = 2012;$	$9 \times 223 + 5 = 2012.$

2. Услов задовољавају четири решења из претходног задатка:
$3 \times 670 + 2 = 2012;$ $4 \times 501 + 8 = 2012;$ $5 \times 401 + 7 = 2012;$ $8 \times 251 + 4 = 2012.$

3. Нека је n тражени број и $A = 20122012...2012$ број који се добије кад се 2012 испише n пута узастопно. Збир цифара броја n једнак је $5n$, а разлика збира цифара на парним и збира цифара на непарним местима је $3n - 2n = n$. Број A је дељив са 99 ако је дељив и са 9 и са 11. То ће у нашем случају бити ако је $5n$ дељив са 9 и n дељив са 11. То ће бити у случају кад је n дељив и са 9 и са 11. Дакле, n мора бити дељив и са 9 и са 11, а најмањи такав број је 99.

4. На један начин. Дописивањем цифара 010 добијамо број

$$2012010 = 2010000 + 2010 = 1001 \cdot 2010.$$

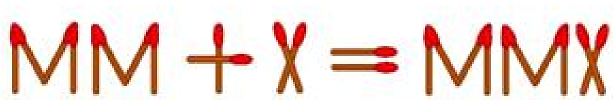
5. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot (6 - 5) \cdot 4 - 3 - 2 + 1 = 2012.$

6. $2222 - 222 + 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 2012.$

7. $1111 + 1111 - 111 - 111 + 11 + 1 = 2012.$

8. а) 2222222012; б) 1010122012.

9.



10. 1987. или 2005.

11. Ево неких представљања:

$$(2 \cdot (2222 - 222) + 22 + 2) : 2 = 2012;$$
$$(333 \cdot 3 \cdot (3 + 3) + 3 + 3) : 3 + 3 \cdot 3 + 3 = 2012;$$
$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot (5 + 5 + 5 + 5 : 5) + (55 + 5) : 5 = 2012;$$
$$666 \cdot (6 + 6 + 6) : 6 + 6 + 6 + (6 + 6) : 6 = 2012;$$
$$(8888 + 88 + 8 + 8) : 8 + 888 = 2012;$$
$$999 + 999 + (99 + 9 + 9 + 9) : 9 = 2012.$$

12. Добијени правоугаоник такође има странице целобројне дужине. Постоје три таква правоугаоника: 1×2012, 2×1006, 4×503, јер је $2012 = 2 \cdot 2 \cdot 503$.
За правоугаоник 1×2012 потребно је 2012 јединичних квадрата.
За правоугаоник 2×1006 потребна су најмање 503 квадрата 2×2.
Правоугаоник 4×503 може се покрити са 129 квадрата. Са 125 квадрата покривамо правоугаоник 4×500, при чему остаје непокривен крајњи део величине 4×3. Тај део можемо покрити користећи један квадрат 3×3 и 3 јединична квадрата. Лако се види да се покривање не може направити са мање од 129 квадрата.

Статијата прв пат е објавена во списанието Математички лист на ДМ на Србија