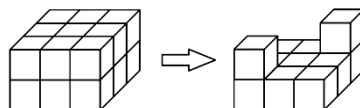


Ристо Малчески

РЕШАВАМЕ ЗАДАЧИ СО БРОЕЊЕ КОЦКИ

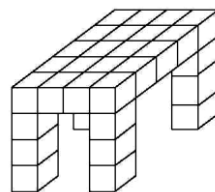
На часовите по математика се запозна со коцката и квадарот. Веќе знаеш дека коцката има 6 страни кои се еднакви квадрати и 12 рабови со еднаква должина. Исто така, знаеш дека и квадарот има 6 страни и 12 рабови, при што неговите спротивни страни две по две се еднакви, а должините на секои 4 паралелни рабови исто така се еднакви. Овие твои знаења, и не само нив, ќе ги искористиме за решавање на следните задачи.

Задача 1. На цртежот десно е прикажан квадар, составен од еднакви коцки, од кој се отстранети неколку коцки. Колку коцки се отстранети?



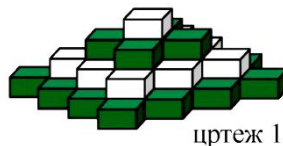
Решение. Квадарот има два реда коцки и во секој ред има по $3 \cdot 3 = 9$ коцки. Отстранети се само коцки во вториот ред во кој останале 2 коцки. Значи, од квадарот се отстранети $9 - 2 = 7$ коцки. ■

Задача 2. Марко направил маса од мали коцки (види цртеж). Колку коцки употребил Марко?

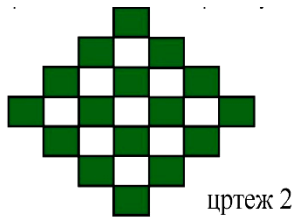


Решение. За една ногарка Марко употребил 3 коцки, што значи дека за да ги направи ногарките тој употребил $4 \cdot 3 = 12$ коцки. Во еден ред во секој од петте реда на горниот дел на масата има 4 коцки, па затоа за горниот дел на масата се искористени $5 \cdot 4 = 20$ коцки. Значи, за целата маса Марко употребил $12 + 20 = 32$ коцки. ■

Задача 3. Илија направил четириспратна кула составена од бели и сиви коцки (цртеж 1). Секој спрат е составен од коцки со иста боја. Колку бели коцки употребил Илија за да ја направи кулата?



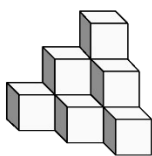
цртеж 1



цртеж 2

$13 + 1 = 14$ бели коцки. ■

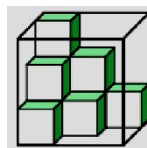
Решение. Гледајќе од горе распоредот на белите и сивите коцки е прикажан на цртеж 2. Според тоа, за вториот спрат на кулата се искористени $3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 13$ бели коцки. Бидејќи за четвртиот спрат на кулата е искористена 1 бела коцка, добиваме дека Илија вкупно искористил



Задача 4. На цртежот лево е прикажано тело составено од 10 еднакви коцки со должина на раб 2cm . Потоа телото е целосно обоено. Колкава плоштина е обоена?

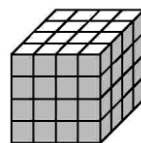
Решение. Страните на коцките се еднакви квадрати и секој од нив има плоштина еднаква на $2 \cdot 2 = 4\text{cm}^2$. На предната страна на телото има $3 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 18$ квадрати, а на секоја од останатите три страни: долна, лева и десна, телото има по $1 + 2 + 3 = 6$ квадрати. Според тоа, обоени се $18 + 3 \cdot 6 = 36$ квадрати. Значи, обоени се $36 \cdot 4 = 144\text{cm}^2$. ■

Задача 5. Даниела има коцки со должина на раб 1cm . Таа неколку коцки ставила во аквариум кој има должина на раб 3cm , (цртеж десно). Уште колку коцки најмногу може да стави Даниела во аквариумот?



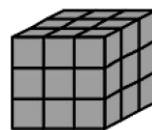
Решение. Во аквариумот вкупно може да се стават $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ коцки. Даниела во првиот ред ставила 6 коцки, во вториот 3 коцки и во третиот ред ставила 1 коцка. Значи, таа вкупно ставила $6 + 3 + 1 = 10$ коцки. Според тоа, во аквариумот Даниела може најмногу да стави уште $27 - 10 = 17$ коцки. ■

Задача 6. Пет страни на коцка со должина на раб еднаква на 4cm се обоени со сива боја. Потоа коцката е расечена на мали коцки со должина на раб 1cm , (види цртеж). Колку мали коцки имаат по три обоени страни.



Решение. Големата коцка да ја поставиме така што страната која не е обоена се наоѓа на подот. Очигледно, малите коцки кои имаат по три обоени страни се наоѓаат во темињата кои не лежат на подот. Според тоа, има 4 мали коцки кои имаат по три обоени страни. ■

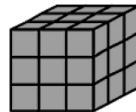
Задача 7. Коцка со должина на раб еднаква на 3cm е обоена со сива боја и е расечена на мали коцки, секоја со должина на раб еднаква на 1cm . Колку мали коцки имаат точно по три, две, една и ниедна обоена страна?



Решение. При сечењето на големата коцка се добиваат 27 мали коцки кај кои се обоени три, две, една и ниедна страна. Коцките кои имаат по три обоени страни се наоѓаат во темињата на големата коцка, коцките кои имаат по две обоени страни се средните коцки на рабовите на големата коцка, а коцките кои имаат по една обоена страна лежат на средината на страните на големата коцка. Значи, добиени се $8 \cdot 1 = 8$ мали коцки со три

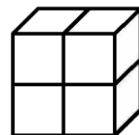
обоени страни, $12 \cdot 1 = 12$ мали коцки со две обоени страни, $6 \cdot 1 = 6$ мали коцки со една обоена страна. Конечно, добиена е $27 - 8 - 12 - 6 = 1$ мала коцка без обоени страни. ■

Задача 8. Со $9kg$ боја може да ја обоиме коцката прикажана на цртежот десно. Со колку килограми боја може да се обои белиот дел на телото прикажано на долниот цртеж лево?



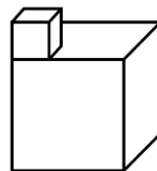
Решение. На секоја од шести страна на коцката се наоѓаат по $3 \cdot 3 = 9$ квадрати со еднаква плоштина. Коцката има 6 страни, па значи со $9kg$ боја може да се обојат $6 \cdot 9 = 54$ квадрати. Значи, со $1kg$ боја може да се обојат $54 : 9 = 6$ квадрати. Белиот дел на телото прикажано на вториот цртеж е составен од $3 \cdot 4 = 12$ квадрати. Според тоа, тој може да се обои со $12 : 6 = 2kg$ боја. ■

Задача 9. Телото на цртежот десно е составено од четири идентични коцки. Плоштината на една коцка е еднаква на $24cm^2$. Определи ја плоштината на телото.



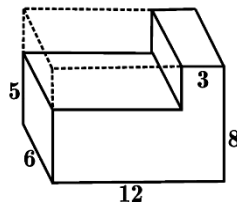
Решение. Коцката има шест зида кои се идентични квадрати. Затоа плоштината на секој квадрат е еднаква на $24 : 6 = 4cm^2$. Површината на телото е составена од $2 \cdot 4 + 4 \cdot 2 = 16$ квадрати со плоштина $4cm^2$, па затоа неговата плоштина е еднаква на $16 \cdot 4 = 64cm^2$. ■

Задача 10. На цртежот десно е прикажано тело составено од две коцки. Должината на работ на малата коцка е $1cm$, а на големата коцка е $3cm$. Колку изнесува плоштината на ова тело?



Решение. Плоштината на малата коцка е еднаква на $6 \cdot 1 \cdot 1 = 6cm^2$, а плоштината на големата коцка е еднаква на $6 \cdot 3 \cdot 3 = 54cm^2$. Во плоштината на телото не учествува една страна на малата коцка и делот од плоштината на големата коцка кој е покриен со малата коцка. Значи, плоштината на телото е еднаква на $6 + 54 - 2 \cdot 1 \cdot 1 = 58cm^2$. ■

Задача 11. Телото на цртежот десно е добиено така што од квадар е отсечен помал квадар. Определи го односот на плоштините на почетниот квадар и така добиеното тело.



Решение. Должините на рабовите на почетниот

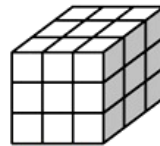
квадар се еднакви на 6cm , 8cm и 12cm , па затоа неговата плоштина е еднаква на

$$2 \cdot (6 \cdot 8 + 8 \cdot 12 + 12 \cdot 6) = 432\text{cm}^2.$$

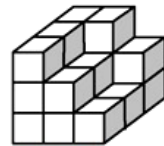
Должините на рабовите на отсечениот квадар се еднакви на 6cm , 9cm и 3cm . Плоштината на добиеното тело можеме да ја пресметаме ако од плоштината на почетниот квадар ја одземеме плоштината на двата зида на отсечениот квадар чии должини се 6cm и 3cm . Значи, плоштината на добиеното тело е еднаква на $432 - 2 \cdot 3 \cdot 9 = 378\text{cm}^2$. ■

Задачи за самостојна работа

1. Од мали идентични коцки Марија сака да ја направи коцката прикажана на цртеж 1. Таа почнала да ги реди коцките и откако ги потрошила сите коцки го направила телото прикажано на цртеж 2. Колку мали коцки и се потребни на Марија за да ја доправи коцката?

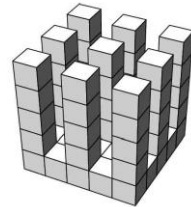


Цртеж 1

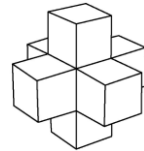


Цртеж 2

2. Од коцка со димензии $5 \times 5 \times 5$ се отстранети коцки со димензии $1 \times 1 \times 1$ и е добиено телото прикажано на цртежот десно. Колку мали коцки се отстранети?



3. Марко направил тело составено од седум идентични коцки со раб 1cm , (види цртеж лево). Определи ја плоштината на телото кое го составил Марко.



Статијата прв пат е објавена во списанието НУМЕРУС на СММ