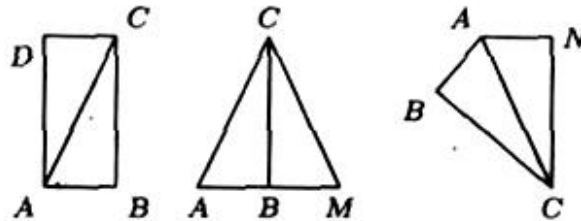


Гордана Бојовић (Београд)

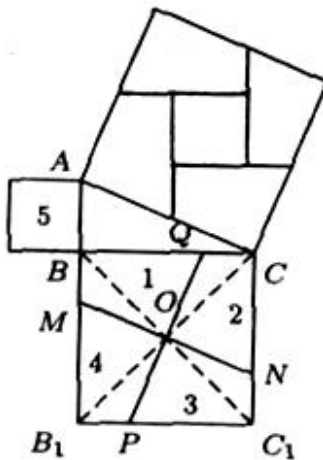
РАЗЛОЖИВА ЈЕДНАКОСТ РАВНИХ ФИГУРА

Две подударне равне фигуре имају једнаке површине, али две фигуре једнаких површина не морају бити подударне.



Сл. 1

Правоугаоник $ABCD$ (слика 1) расецимо по дијагонали. Од добијених правоуглих троуглова можемо саставити, на пример, једнакокраки троугао и делтоид. Ове три фигуре нису подударне, али су једнаке јер су састављене од истих делова. Ако се једна фигура F_1 може разложити (разрезати) на делове од којих се затим може саставити друга фигура F_2 , кажемо да су фигуре F_1 и F_2 разложиво једнаке.



Сл. 2

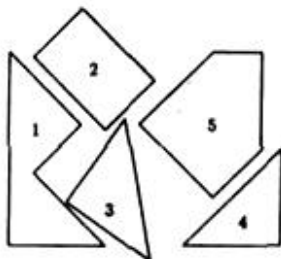
Помоћу разложиве једнакости могу се доказати неке теореме које се уче у шестом разреду. Веома позната Питагорина теорема може се доказати на следећи начин (слика 2). Над сваком страницом правоуглог троугла ABC ($\angle B = 90^\circ$) конструисани су квадрати. Конструисимо дужи $MN \parallel AC$ и $PQ \perp AC$ које садрже центар квадрата над дужом катетом. Тако је квадрат BCB_1C_1 подељен на четири дела обележена бројевима 1, 2, 3 и 4. Ако та четири дела и квадрат над мањом катетом (број 5) исечемо, њима можемо тачно покривати квадрат над хипотенузом AC .

Овакво разлагање и слагање се може извести за ма који правоугли троугао.

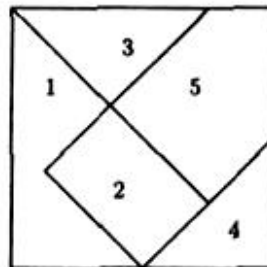
Многи занимљиви задаци решавају се коришћењем разложиве једнакости фигура. При томе резови су праволинијски. Сви делови једне фигуре морају бити употребљени за састављање друге. Делови се могу окретати у равни и у простору. Понекад претходно израчунавање површине једне фигуре може олакшати проналажење пута за

решавање задатка о „прекрајању“ фигура.

Наградни задаци са корица нашег листа захтевали су да се дата фигура расече на одређен број делова од којих треба саставити квадрат. Уз познавање особина квадрата и мало маште ви сте то успешно радили. За оне који нису успели, дајемо кратка објашњења.



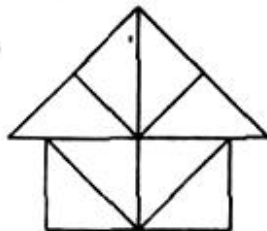
Сл. 3



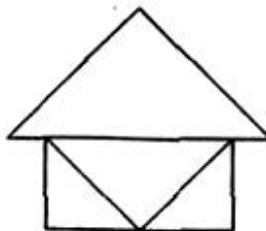
Сл. 4

Прва фигура. Од делова датих на слици 3 саставити квадрат.

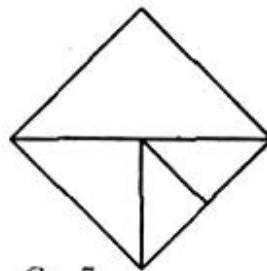
Обележимо дате делове бројевима од 1 до 5. Једини неконвексан део је 1. У број 1 најбоље се „уклапа“ део 2. Како је угао на врху тако добијеног петоугла оштар, закључујемо да ту треба додати део 3, како би се добио прав угао. Затим се лако одређује положај делова 4 и 5 (слика 4).



Сл. 5



Сл. 6



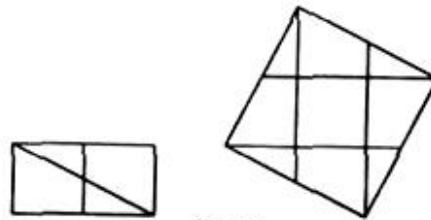
Сл. 7

Друга фигура. Фигуру кућице исећи на 4 дела од којих се може саставити квадрат.

Нацртајмо дуж, која одваја кров од кућице и осу симетрије целе фигуре (слика 5). Добијени делови се могу даље разделити на подударне једнакокрако-правоугле троуглове. Тако видимо да је кров једнак доњем делу кућице (по 4 троугла) и да је он половина квадрата. Да би се добила укупно 4 дела, расечање треба обавити као на слици 6 и саставити квадрат као на слици 7.

Трећа фигура. Од пет подударних квадрата саставити један квадрат.

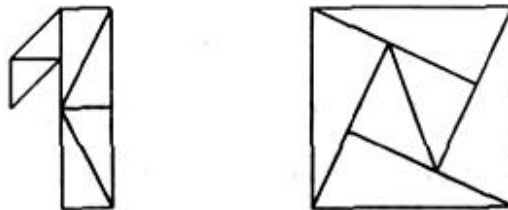
Узмемо ли страницу датих квадрата као јединицу мерења, површина траженог квадрата је $5 m.j.^2$, а мерни број странице $\sqrt{5}$. Како је $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2}$, тражена дуж је хипотенуза правоуглог троугла са катетама $2 m.j.$ и $1 m.j.$ Такав троугао ћемо добити ако два квадрата поставимо један до другог тако да им се једна страница поклопи и нацртамо дијагоналу добијеног правоугаоника. Та дијагонала полови заједничку страницу квадрата. На исти начин треба исећи још два квадрата, а пети поставити у средину, као на слици 8.



Сл. 8

Четврта фигура. Број 1 исећи на шест делова и саставити квадрат.

Први део броја је паралелограм, који се расецањем по дијагонали може претворити у квадрат. Други део је правоугаоник састављен од четири подударна квадрата, па се решавање овог задатка своди на решавање претходног (слика 9).



Сл. 9

Пета фигура. Фигуру у облику слова *E* исећи на четири дела и од њих саставити квадрат.

Слово *E* се може поделити на десет подударних квадрата. Узмемо ли тај квадрат као јединицу површине, површина слова *E* је $10 m.j.^2$. Према томе, мерни број странице траженог квадрата је $\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2}$ мерних јединица. Та дуж је хипотенуза правоуглог троугла са катетама $3 m.j.$ и $1 m.j.$. Њу ћемо добити ако горњи и доњи део слова *E* расечемо по дијагонали. Остатак слова треба поделити на два дела и уклопити тако да дуж добијена првим расецањем окренемо као страницу квадрата. Ова фигура се на више начина може

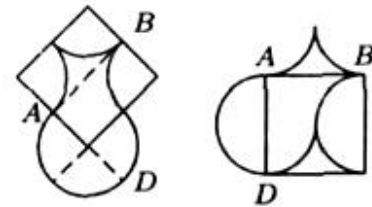
поделити и на пет делова што се види са слике 10.



Сл. 10

Шеста фигура. Фигуру у облику бокала, на насловној страни, пресећи са праволинијским резovima на три дела од којих се може саставити квадрат.

Овај задатак се разликује од осталих, јер је дата фигура криволинијска. Ако би се доњи део „бокала“ исекао на четвртине, оне би се „уклоpile“ у горњи део и добили бисмо квадрат стране $a = 2r$. Дуж AB је једнака страници квадрата и нормална на пречник AD . Одатле закључујемо да су AB и AD линије пресецања и да се тако добијају три дела чијим се премештањем добија квадрат (слика 11).



Сл. 11

Статијата прв пат е објавена во списанието Математички лист XXXIV 4 на ДМ на Србија