Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус

Вангел Каруловски
Скопје

ГРУПА

Во XVI-1 зборувавме за бинарна операција во дадено множество, односно за групоид, како и за комутативна бинарна операција, односно за комутативен групоид Во XVI-2 зборувавме за асоцијативни бинарни операции, односно за полугрупи. Денес ќе се запознаеме со една алгебарска структура што се нарекува група.

Дефиниција: Групоидот $(X,\square)$ се вика група ако ги исполнува следниве услови

1) операцијата $\square$ е асоцијативна во множеството X (види XVI-2);

2) операцијата $\square$ има неутрален елемент во множеството X (види XVI-1);

3) за секој елемент $x\in X$ во множеството X постои инверзен елемент $x^{-1}\in X$.

Со други зборови, множеството X со дефинираната во него операција $\square$ е група ако:

1) за секоја тројка елементи $x,y,z\in X$ важи:
$$(x\square y)\square z = x\square(y\square z);$$

2) постои таков елемент $e\in X$, така што за секој $x\in X$ важи: $x\square e = e\square x = x$;

3) за секој елемент $x\in X$ постои таков елемент $x^{-1}\in X$ за кој да важи $x\square x^{-1} = e = x^{-1}x$.

Ако, освен споменатите особини во дефиницијата за група, операцијата □ е и комутативна, т.е. за секоја двојка $x, y \in X$ важи: $x \square y = y \square x$, тогаш групата $(X, \square)$ се вика комутативна група или абелова група.

Пример: I. $(Z,+)$ е група бидејќи "+" е дефинирано во Z,

1) собирањето е асоцијативно во множеството на целите броеви;

2) постои неутрален елемент (0) за собирање;

3) за секој цел број x постои таков цел број $(-x)$, така што $x+(x) = 0$.

II. За групоидот $(Z,\cdot)$ задоволени се условите 1 и 2 од дефиницијата, но не е задоволен условот 3, според тоа тој не е група.

1. Утврди кои од групоидите се групи:
   $(N,+)$; $(Q,+)$; $(N,\cdot)$; $(Q\setminus\{0\},\cdot)$

2. Утврди кои од групоидите во кои се зададени келиевите шеми се групи (притоа, направи само неколку проверки за асоцијативниот закон).

ø	1	2	3
1	3	1	2
2	1	2	3
3	2	3	1

*	a	b	c
a	c	b	a
b	a	c	b
c	a	b	c