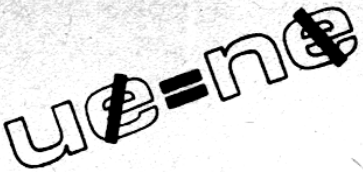
Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус

Вангел Каруловски
Скопје



ЗАКОНИ ЗА КРАТЕЊЕ

Според својствата што се изучени за собирање во множеството $\mathbb{N}$ знаеме дека:

Ако е $a+n = b+n$, тогаш е $a = b$. Тука сме извршиле **кратење од десната страна.**

Ако е $n+a = n+b$, тогаш е $a = b$. Тука сме извршиле **кратење од левата страна.**

Аналогно на ова може да се дефинира кратењето оддесно (одлево) за која и да било операција во зададеното множество A.

Дефиниција: Во множеството A нека е зададена операцијата $\square$, така што за секоја тројка елементи a, b, $c \in A$. Од $a \square c = b \square c$ ($c \square a = c \square b$) следува $a = b$, па велиме дека за операцијата $\square$ во множеството A важи законот за кратење оддесно (одлево).

Така на пример за собирањето во кое и да било бројно подрачје важи законот за кратење оддесно и одлево, т.е. од

$a+c = b+c$ ($c+a = c+b$) следува $a = b$.

За множењето во множеството $\mathbb{N}$ исто така важи законот за кратење оддесно (одлево), т.е. од

$a \cdot c = b \cdot c$ ($c \cdot a = c \cdot b$) следува $a = b$.

Меѓутоа, во множеството $\mathbb{Z}$ веќе кратењето не важи, зашто од $a \cdot 0 = b \cdot 0$ не следува секогаш $a = b$.

Ако се исклучи нулата тогаш би важеле законите за кратење. Така, може да се заклучи дека за множењето во множествата $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}\setminus\{0\}$; $\mathbb{Q}\setminus\{0\}$; и $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ важат законите за кратење.

За степенувањето m^n во множеството $\mathbb{N}$ важи законот за кратење оддесно затоа што од $m^n = p^n$ следува $m = p$, меѓутоа не важи законот за кратење одлево, т.е. од $n^m = n^p$ не следува секогаш $m = p$ (на пр. $1^3 = 1^4$ а $3 \neq 4$).

За степенувањето во множеството $\mathbb{Z}$ веќе не важи ни законот за кратење оддесно. Така од $m^n = p^n$ не следува секогаш $m = p$ (на пр. $3^2 = (3)^2$ но $3 \neq -3$). Во случајот кога степеновите показатели се парни од $m^{2s} = n^{2s}$ следува $|m| = |n|$.

Од овие примери може да се заклучи дека при применувањето на законите за кратење треба строго да се води сметка, зашто видовме дека кога важат законите за кратење при некоја операција во некое множество, тоа не значи дека тие автоматски важат за истата операција во друго множество.

Задачи:

1. Испитај дали за одземањето во множеството цели броеви важат законите за кратење.

2. Во множеството $\mathbb{Q}$ е дефинирана операцијата о со: $a \circ b = \frac{a+b}{2}$, каде што $\frac{a+b}{2}$ значи полузбирот на броевите a и b. Дали за оваа операција важат законите за кратење (оддесно односно одлево).

3. Дали за кои и да било множества A, B и C од $A \cap C = B \cap C$ следува $A = B$.