

Primjena osnovne analize vremenskog niza u poslovanju fondova

Mirjana Čizmešija*, Maja Kozulić**, Boško Šego***, Zagreb

Uvod

Analiza vremenskih nizova ima široko područje primjene kako u stručnim tako i u znanstvenim istraživanjima. Analiza dinamike promatrane pojave važna je za donošenje poslovnih odluka, a može poslužiti i kao podloga za daljnje složenije statističke analize.

Vremenski niz je niz kronološki uređenih vrijednosti promatrane pojave, a notira se na sljedeći način:

$$Y : y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_n \quad t = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (1)$$

pri čemu je Y promatrana pojava u vremenu, y_t je vrijednost pojave Y u vremenu t (frekvencija vremenskog niza), a n je duljina vremenskog niza.

Prema načinu promatranja pojave u vremenu razlikuju se intervalni i trenutačni vremenski nizovi. *Intervalni niz* nastaje promatranjem određene pojave u određenim vremenskim intervalima (godina, tromjesečje, mjesec, dan i sl.). Često se u ekonomiji promatraju sljedeće pojave: godišnja proizvodnja, mjesečni broj prevezenih putnika, dnevni ostvareni promet, i dr. Intervalni vremenski niz ima svojstvo kumulativnosti što znači da zbroj frekvencija intervalnog niza ima smislenu interpretaciju. *Trenutačni vremenski niz* nastaje promatranjem pojave u određenom trenutku (npr. stanje na tekućem računu, broj zaposlenih i dr.). Trenutačni niz nema svojstvo kumulativnosti.

Vremenski nizovi mogu biti izvorni i izvedeni. U *izvornom nizu* frekvencije nastaju izravnim mjerenjem pojave po odabranim intervalima vremena ili u odabranim vremenskim točkama. Izvedeni vremenski niz čine frekvencije koje su nastale primjenom brojevanih operacija nad izvornim vrijednostima jednog ili više vremenskih nizova.

Grafička analiza vremenskog niza

Veoma korisno sredstvo u analizi vremenskog niza su grafički prikazi. U tabličnim kalkulatorima kao što su *Excel*, *Lotus* i drugi moguće je konstruirati različite vrste grafičkih prikaza. Najčešće se vremenski nizovi prikazuju **površinskim i linijskim grafikonima**. Za prikaz vremenskog niza koji pokazuje sezonske oscilacije pojave s vremenom koristi se **polarni dijagram**. Grafikon mora imati naslov, izvor podataka (ako se koriste sekundarni podaci) i po potrebi napomene i legendu. Ako se frekvencije vremenskog niza nalaze na visokoj brojčanoj razini (daleko od nule) i s malim rasponom varijacije, prikladno je primijeniti horizontalni prekid mjerila (prekida se mjerilo na osi ordinata). Uobičajeno se na osi apscisa nalazi aritmetičko mjerilo za vrijeme, a na osi ordinata je aritmetičko mjerilo za frekvencije razmatrane pojave

* Docentica na Ekonomskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, Katedra za statistiku.

** Studentica Ekonomskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

*** Redoviti profesor na Ekonomskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, Katedra za matematiku.

Intervalni niz prikazuje se površinskim ili linijskim grafikonom tako da se grafikon konstruira u prvom kvadrantu koordinatnog sustava.¹ Trenutačni vremenski niz prikazuje se samo linijskim grafikonom.

Osnovni pokazatelji dinamike vremenskog niza

Iz grafičkog prikaza mogu se uočiti osnovne karakteristike stanja i razvoja promatrane pojave u određenom vremenu. Te se promjene mogu kvantificirati izračunom osnovnih pokazatelja dinamike vremenskog niza. Pokazateljima se mjere promjene koje je moguće razlikovati prema više kriterija:

- prema razdoblju za koje se pokazatelj izračunava:
 - pojedinačne promjene,
 - prosječne promjene,
- prema mjernoj jedinici u kojoj su promjene izražene:
 - apsolutne promjene,
 - relativne promjene,
- prema razdoblju s kojim se uspoređuje:
 - promjene u odnosu na razinu pojave u odabranom baznom vremenskom razdoblju,
 - promjene razine pojave u uzastopnim vremenskim razdobljima.

Slijedi kratki pregled osnovnih pokazatelja dinamike po navedenim kriterijima.

Pojedinačne, apsolutno izražene, promjene pojave u uzastopnim razdobljima (*prve diferencije*)

Ako su $Y : y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_n$, $t = 1, 2, 3, \dots, n$, frekvencije vremenskog niza s jednakim intervalima promatranja, pojedinačne promjene u apsolutnom iznosu u uzastopnim razdobljima dane su izrazom:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}, \quad t = 2, 3, 4, \dots, n. \quad (2)$$

Navedene promjene tumače se kao povećanje (ako je vrijednost pojave definirane formulom (2) pozitivan broj) ili smanjenje (ako je riječ o negativnom broju) promatrane pojave u tekućem razdoblju u odnosu na prethodno razdoblje. Naravno, ako je $\Delta y_t = 0$ za dano t , onda u trenutku t nije došlo do promjene vrijednosti pojave Y u odnosu na trenutak $t - 1$. Pri tome su promjene izražene u istim mjernim jedinicama kao i promatrana pojava (u apsolutnim mjernim jedinicama).

Pojedinačne, apsolutno izražene promjene pojave u odnosu na (fiksno) bazno razdoblje

$$\Delta y_t^* = y_t - y_{t-1}, \quad t = 1, 2, 3, 4, \dots, n. \quad (3)$$

Ove se promjene tumače kao porast ili smanjenje promatrane pojave u tekućem razdoblju u odnosu na neko fiksno, bazno razdoblje. Također su izražene u istim mjernim jedinicama kao i pojava za koju se izračunavaju.

¹ Ako se prikazuje intervalni vremenski niz s nejednakim razdobljima promatranja, potrebno je korigirati frekvencije niza. Korigiranje frekvencija ne provodi se kod trenutačnog niza jer frekvencije toga niza pokazuju stanje pojave u određenom trenutku, a ne nad određenim razdobljem.

Prosječna promjena pojave (prosječna prva diferencija)

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum_{t=2}^n \Delta y_t}{(n-1)} \quad \text{ili} \quad \overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n-1}. \quad (4)$$

Budući da se prosječna prva diferencija izračunava iz razlike posljednje i prve frekvencije, a ostale frekvencije vremenskog niza nemaju utjecaj na veličinu prosjeka, ovu je prosječnu mjeru promjene pojave uputno koristiti ako pojava ne pokazuje značajne varijacije u vremenu (između prvog i posljednjeg razdoblja promatranja).

Pojedinačne stope promjene pojave u uzastopnim razdobljima

$$s_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100, \quad t = 2, 3, 4, \dots, n. \quad (5)$$

Stopa promjene pojave pokazuje za koliko se (izraženo relativno) promijenila razina pojave u vremenu t u odnosu na vrijeme $t-1$.

Pojedinačne stope promjene pojave u odnosu na (fiksno) bazno razdoblje

$$s_t^* = \frac{y_t - y_b}{y_b} \cdot 100, \quad t = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (6)$$

Stopa promjene pojave u odnosu na bazno razdoblje pokazuje za koliko se (izraženo relativno) promijenila razina pojave u vremenu t u odnosu na bazno razdoblje b .

Ako je potrebno izmjeriti prosječnu (relativno izraženu) promjenu pojave u određenom razdoblju, izračunava se prosječna stopa promjene.

Prosječna stopa promjene pojave

$$\bar{s} = (G - 1) \cdot 100, \quad G = \left(\sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} - 1 \right), \quad (7)$$

pri čemu je G geometrijska sredina.

Prosječnu stopu promjene također nije uputno koristiti ako vremenski niz pokazuje izrazito velike oscilacije s vremenom. Time prva i posljednja frekvencija niza nisu pouzdan pokazatelj dinamike razvoja pojave unutar cijelog niza.

Prognoza pojave pomoću prosječne stope promjene

Ako pojava nema izražene varijacije u vremenu i ako se pretpostavi da će se i u narednom (kratkoročnom) razdoblju mijenjati prema utvrđenoj prosječnoj stopi, može se predvidjeti buduća razina pojave u vremenu $n + \tau$ koristeći se formulom

$$\hat{y}_{n+\tau} = y_n \cdot G^\tau, \quad (8)$$

pri čemu je:

τ – broj razdoblja nakon posljednjeg za koje se provodi prognoza,

$\hat{y}_{n+\tau}$ – prognozirana vrijednost pojave u razdoblju $n + \tau$.

Individualni indeksi

U osnovnoj numeričkoj analizi vremenskog niza nezaobilazno je korištenje individualnih indeksa. Ako se pomoću indeksa mjeri dinamika razvoja jedne pojave tada su to individualni indeksi. Skupni indeksi mjere dinamiku skupine pojava. Individualni indeksi mogu biti verižni (lančani) i bazni. Indeksi su pozitivni brojevi, a mogu biti manji od sto, veći od sto ili jednaki sto.

Verižnim indeksom se mjeri promjena pojave u tekućem razdoblju u odnosu na prethodno razdoblje (izražena relativno). To su stope promjene pojave u uzastopnim

vremenskim razdobljima povećane za 100. Verižni indeks pokazuje koliko jedinica pojave u vremenu t dolazi na sto jedinica pojave u vremenu $t - 1$.

$$V_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100, \quad t = 2, 3, 4, \dots, n, \quad (9)$$

$$V_t = s_t + 100. \quad (10)$$

Verižni indeksi se mogu grafički prikazati grafikonom jednostavnih stupaca² ili linijskim grafikonom.

Bazni indeksi (indeksi na stalnoj bazi) izražavaju promjenu pojave u tekućem razdoblju u odnosu na bazno razdoblje (izražena relativno). To su stope promjene pojave u odnosu na bazno razdoblje povećane za 100. Bazni indeks pokazuje koliko jedinica pojave u vremenu t dolazi na sto jedinica pojave u baznom vremenu b :

$$I_t = \frac{y_t}{y_b} \cdot 100, \quad t = 1, 2, 3, 4, \dots, n, \quad (11)$$

$$I_t = s_t^* + 100. \quad (12)$$

Budući da se pri izračunu baznih indeksa frekvencije niza dijele istim brojem, indeksi na stalnoj bazi proporcionalni su veličinama iz kojih su izračunani (frekvencijama vremenskog niza). Kao i verižni indeksi, oni su jednaki sto, manji od sto ili veći od sto.

Primjena osnovne analize vremenskog niza u poslovanju fondova

datum	cijena udjela fonda u kn
25.10.2006.	154.86
25.11.2006.	154.47
25.12.2006.	157.11
25.01.2007.	164.75
25.02.2007.	177.48
25.03.2007.	184.44
25.04.2007.	200.71
25.05.2007.	206.12
25.06.2007.	204.09
25.07.2007.	210.74
25.08.2007.	206.67
25.09.2007.	211.12
25.10.2007.	220.63
26.11.2007.	198.92
24.12.2007.	208.43
25.01.2008.	190.11
25.02.2008.	185.13
25.03.2008.	169.72
24.04.2008.	164.85

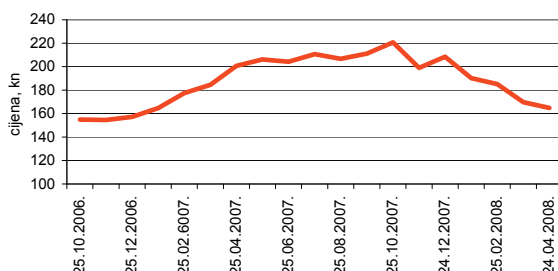
Tablica 1. Cijene udjela PBZ Equity fonda. Izvor: www.pbzinvest.hr

Na temelju podataka o cijenama udjela PBZ Equity fonda³ provedena je empirijska analiza vremenskog niza za razdoblje od 25. listopada 2006. do 24. travnja 2008. godine. Duljina vremenskog niza je 19. Cijene su bilježene gotovo istog dana u mjesecu, stoga

² Pri tome se na osi apscisa nanosi aritmetičko mjerilo za vrijeme koje upućuju na promjenu u tekućem prema prethodnom razdoblju.

je vremenski niz cijena udjela fonda trenutačni vremenski niz (tablica 1).

Cijena udjela u fondu formira se ovisno o kretanjima cijena dionica u koje fond ulaže, ovisi o tržištu efektivne, te o kretanju cijena državnih obveznica. Najvažniji cilj Fonda je sigurno plasirati prikupljena sredstva, te osigurati stalnu likvidnost uloga imatelja, uz što veću profitabilnost ulaganja. Osnovna analiza vremenskog niza je od posebne važnosti u donošenju poslovnih odluka svih onih koji su direktno ili indirektno vezani uz rad fonda.



Grafikon 1. Cijene udjela PBZ equity fonda. Izvor: www.pbzinvest.hr

datum	cijena udjela fonda u kn	verižni indeksi	bazni indeksi 25.04.06=100	prve diferencije cijene udjela	pojedinačne stope cijene udjela	stope promjene u odnosu na bazu $b = 25.04.2007.$
t	y_t	V_t	I_t	Δy_t	s_t	s_t^*
1	2	3	4	5	6	7
25.10.2006.	154.86	—	77.16	—	—	—22.84
25.11.2006.	154.47	99.75	76.96	−0.39	−0.25	−23.04
25.12.2006.	157.11	101.71	78.28	2.64	1.71	−21.72
25.01.2007.	164.75	104.86	82.08	7.64	4.86	−17.92
25.02.2007.	177.48	107.73	88.43	12.73	7.73	−11.57
25.03.2007.	184.44	103.92	91.89	6.96	3.92	−8.11
25.04.2007.	200.71	108.82	100.00	16.27	8.82	0.00
25.05.2007.	206.12	102.70	102.70	5.41	2.69	2.70
25.06.2007.	204.09	99.02	101.68	−2.03	−0.98	1.68
25.07.2007.	210.74	103.26	105.00	6.65	3.26	5.00
25.08.2007.	206.67	98.07	102.97	−4.07	−1.93	2.97
25.09.2007.	211.12	102.15	105.19	4.45	2.15	5.19
25.10.2007.	220.63	104.50	109.92	9.51	4.50	9.92
25.11.2007.	198.92	90.16	99.11	−21.71	−9.84	−0.89
24.12.2007.	208.43	104.78	103.85	9.51	4.78	3.85
25.01.2008.	190.11	91.21	94.72	−18.32	−8.79	−5.28
25.02.2008.	185.13	97.38	92.24	−4.98	−2.62	−7.76
25.03.2008.	169.72	91.68	84.56	−15.41	−8.32	−15.44
24.04.2008.	164.85	97.13	82.13	−4.87	−2.87	−17.87

Tablica 2. Kretanje cijene udjela PBZ Equity fonda kroz godinu dana

Iz navedenog grafičkog prikaza (grafikon 1) može se uočiti da su cijene udjela do listopada prošle godine pokazale dinamiku ujednačenog rasta, a od tada se, s iznimkom u siječnju 2008. godine kada su se povećale, kontinuirano smanjuju. Uočenu dinamiku kretanja moguće je kvantitativno izraziti osnovnim pokazateljima dinamike kako je izloženo u prethodnom dijelu rada (tablica 2). Pri tome je nužno ukazati na ograničenja primjene nekih od pokazatelja korištenima u analizi navedenog vremenskog niza cijena udjela.

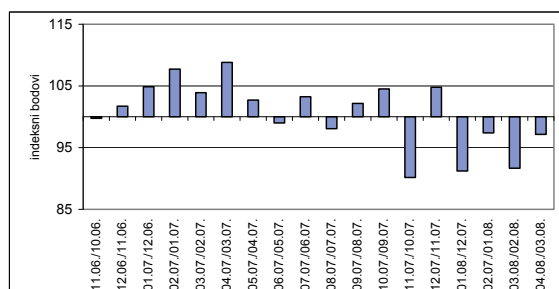
Diferencija uz datum 25.04.2007. prikazuje da je na taj dan cijena udjela u Equity fondu bila veća za 16.25 kn u odnosu na mjesec prije tj. u odnosu na 25.03.2007. No, diferencija uz datum 25.08.2007. prikazuje da je cijena udjela toga dana bila manja za 4.07 kn u odnosu na 25.07.2007. Diferencije ostalih dana u mjesecu interpretiraju se na isti način.

Pojedinačna stopa promjene cijene udjela Equity fonda na dan 25.05.2007. godine iznosi 2.69. To znači da je prinos toga dana bio veći za 2.69% u odnosu na 25.04.2007. Dok je 25.06.2007. godine stopa promjene cijene iznosi -0.98 . To znači da je prinos tog dana bio manji za 0.98% u odnosu na prethodno razdoblje.

Stopa promjene u odnosu na bazno razdoblje pokazuje za koliko se relativno promijenila razina pojave u vremenu t u odnosu na bazno razdoblje. Stopa promjene 25.11.2006. u odnosu na bazno razdoblje 25.04.2007. iznosila je -23.04 , što znači da je prinos cijena udjela u Fondu tog datuma u odnosu na bazni datum bio niži za 23.04%, dok je 25.10.2007. stopa promjene iznosila 9.92 u odnosu na bazno razdoblje, što je za 9.92% viša cijena udjela u Fondu u odnosu na bazno razdoblje. Tumačenje stopa promjene u uzastopnim razdobljima jednako je tumačenju verižnih indeksa (tabela 2, stupac 3), a stope promjene u odnosu na bazno razdoblje tumače se isto kao i bazni indeksi (tabela 2, stupac 4), odnosno bazni indeks cijene udjela 25.10.2006. iznosi 77.16 što pokazuje da je na 100 kuna cijene udjela u fondu 25.04.2007. dolazilo 77.16 kuna cijene udjela 25.10.2006., odnosno da je cijena udjela u fondu bila manja za 22.84%.

U odnosu na bazni datum 25.04.2007. najveći pad cijene udjela u fondu bio je 25.11.2006., dok je najveći porast cijene u odnosu na bazni datum zabilježen 25.10.2007.

Ranije je već konstatirano, a grafikon 3 to i potvrđuje, da su se cijene udjela do listopada 2007. godine uglavnom povećavale u odnosu na prethodni mjesec. Stupci na grafikonu verižnih indeksa koji su iznad osi 100 pokazuju povećanje. Smanjenje u tom razdoblju zabilježeno je u studenome 2006., lipnju i kolovozu 2007. godine. Nakon toga je uslijedilo razdoblje kada su verižni indeksi bili manji od 100, stupci na grafikonu su stoga ispod osi 100, što znači da su se cijene uzastopno smanjivale u odnosu na prethodni mjesec osim u prosincu kad su se povećale za nešto manje od 5%.



Grafikon 3. Verižni indeksi cijena udjela PBZ Equity fonda. Izvor: izračun autora

Budući da je iz grafičkog prikaza i iz stopa promjene u uzastopnim razdobljima, odnosno iz verižnih indeksa očito da se cijena udjela uzastopno povećavala do listopada 2007., a od tada se smanjivala, nije uputno računanje prosječne prve diferencije niti prosječne stope promjene cijene za cijelo razdoblje. Kao što je ranije navedeno, ove se prosječne mjere temelje na prvoj i posljednjoj frekvenciji niza koje u ovom slučaju nisu dobar reprezentant dinamike cijena u cjelokupnom razdoblju. Stoga je vremenski niz podijeljen u dva dijela: od listopada 2006. do listopada 2007. i od studenoga 2007. do travnja 2008. godine i izračunate su prosječne mjere promjene za svaki dio niza posebno.

Tako je za prvo razdoblje (do listopada 2007. godine) prosječna prva diferencija:

$$\overline{\Delta y_I} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{220.63 - 154.86}{13 - 1} = 5.48,$$

a za razdoblje od studenoga 2007. do travnja 2008. to je:

$$\overline{\Delta y_{II}} = \frac{164.85 - 198.92}{6 - 1} = -6.82$$

Prosječna stopa promjene cijene udjela PBZ Equity fonda za oba razdoblja je:

$$\bar{s}_I = \left(\sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} - 1 \right) \cdot 100 = \left(\sqrt[12]{\frac{220.63}{154.86}} - 1 \right) \cdot 100 = 2.99$$

$$\bar{s}_{II} = \left(\sqrt[5]{\frac{164.85}{198.92}} - 1 \right) \cdot 100 = -3.69$$

Cijena udjela u fondu u razdoblju od 25. listopada 2006. do 25. listopada 2007. povećavala se prosječno mjesečno za 5.48 kuna ili gotovo 3%, a nakon toga u razdoblju od studenoga 2007. do travnja 2008. se smanjivala prosječno mjesečno za 6.82 kn ili za 3.7%.

Na temelju uočene dinamike cijena udjela u fondu, nije moguće pretpostaviti da će se cijena mijenjati u narednom razdoblju po posljednjoj utvrđenoj prosječnoj stopi, stoga nije moguće niti prognoziranje njene razine na temelju posljednje cijene iz travnja i prosječne stope promjene. Prognoziranje je nužno provesti složenijim statističkim prognostičkim metodama i modelima koji nisu tema ovoga rada.

Zaključak

Strategija ulaganja i izbora instrumenata od kojih će se graditi portfelj Fonda sadrži nešto veći rizik ulaganja, ali s tim nosi i veće prinose u fondu. Fond je namijenjen ulagateljima koji žele plasirati dio svoje imovine u domaće i strane dionice, ulagati na dulji rok te ostvariti veće stope prinosa. Cilj fonda je ostvarivanje relativno velikog prinosa kroz dulje razdoblje, uz postojanje kratkoročnog rizika. Kontinuirano praćenje i analiziranje promjena na tržištu kapitala postaje imperativ.

Analiza cijene udjela PBZ Equity fonda u devetnaest mjeseci dala je niz korisnih informacija. Tendencija rasta cijene udjela u Fondu je sve do listopada 2007. godine bila rastuća, ali se nakon toga uočava poremećaj i kontinuirano smanjenje cijena koje može biti jednim dijelom posljedica zasićenosti tržišta fondovima čiji se broj s vremenom povećava.

Grafička i numerička analiza vremenskog niza osnovnim pokazateljima dinamike ima široke, ali uvijek treba imati na umu i ograničenje, mogućnosti primjene. Numerički postupci nisu zahtjevni, a daju korisne informacije o dinamici promatrane pojave, što čini izvor informacija za odlučivanje.

Literatura

- [1] K. BLACK, *Business statistics for contemporary decision making*, Willey, New York (2006).
- [2] S. PIVAC, B. ŠEGO, *Statistika – udžbenik i zbirka zadataka*, Alka script, Zagreb (2005).
- [3] I. ŠOŠIĆ, *Primijenjena statistika*, Školska knjiga, Zagreb (2006).
- [4] I. ŠOŠIĆ, *Statistika*, Školska knjiga, Zagreb (2006).
- [5] I. ŠOŠIĆ, V. SERDAR, *Uvod u statistiku*, XII. izdanje, Školska knjiga, Zagreb (2002).
- [6] www.pbzinvest.hr