Alija Muminagić
Jans Carstensen

ОД СТРАНИЦИТЕ НА ЗАБАВНАТА МАТЕМАТИКА

Во оваа статија даваме две задачи (со решенија) кои припаѓаат на забавната математика. Забавната математика е дел од математиката.

Нејзиното потекло е многу старо, од почетокот на развојот на математиката, а популарна е и денеска. Постојат многу книги, часописи и весници, во кои наоѓаме многу задачи и задачки, на задоволство на читачката публика.

Карактеристично за овој вид на задачи е дека за нивно решавање не е потребно "големо" знаење на математика, но тоа не значи дека тие задачи се лесни. Да ги погледаме сега овие задачи.

Задача 1. Во квадратна шема запишани се сите броеви од 1 до 16, во секое поле по еден број, како на цртежот 1. На цртежот 1 ќе избереме произволен број, на пример бројот 6. Ги изоставаме броевите од редицата (хоризонталата) и колоната (вертикалата) во која се наоѓа бројот 6. Така го добиваме цртежот 2. Сега ќе го избереме на пример бројот 15 и ќе ја повториме претходната постапка, како со бројот 6. На тој начин го добиваме цртежот 3. Потоа ќе го избереме на приме бројот 12 и пак ќе ја повториме истата постапка, како со броевите 6 и 15. На тој начин ќе го добиеме цртежот 4.

Збирот на преостанатите броеви сега ќе биде $1+6+12+15=34$.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Цртеж 1

1		3	4
	6		
9		11	12
13		15	16

Цртеж 2

1			4
	6		
9			12
		15	

Цртеж 3

1			
	6		
			12
		15	

Цртеж 4

Со избирање на други броеви, на истиот начин, повторувајќи ја истата постапка, добиваме дека збирот на преостанатите броеви е повторно 34. Интересно, зарем не? Пробајте да најдете решение (објаснување)?

Решение. Збирот на броевите во првата колона е $1+5+9+13=28$ (види цртеж 1).

Броевите во првата редица се за 0, 1, 2 и 3 поголеми од 1, во втората редица се за 0, 1, 2 и 3 поголеми од 5, во третата редица се за 0, 1, 2 и 3 поголеми од 9 и конечно во четвртата редица се за 0, 1, 2 и 3 поголеми од 13.

Заради тоа, на збирот

$$1+5+9+13(=28)$$

ќе го додадеме збирот $0+1+2+3(=6)$, а тоа заправо е бројот 34.

Во нашиот пример (избор) имаме збир еднаков на

$$1+6+12+15=34$$

(види цртеж 4), и можеме да запишеме

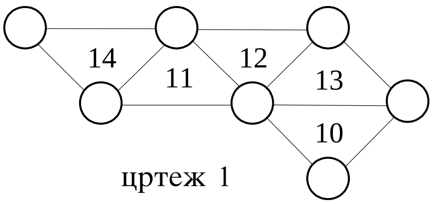
$$1=1+0, \qquad 6=5+1, \qquad 12=9+3, \qquad 15=13+2,$$

т.е.

$$\begin{aligned} 1+6+12+15 &= (1+0)+(5+1)+(9+3)+(13+2) \\ &= (\underbrace{1+5+9+13}_{*)})+(\underbrace{0+1+2+3}_{**)}) = 28+6=34 \end{aligned}$$

*) е збирот на броевите во првата колона,

**) е збирот на броевите во првата редица намалени за 1.

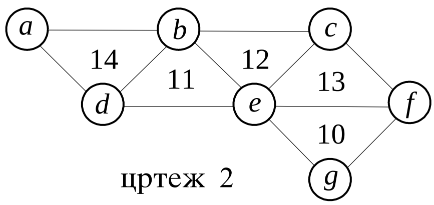


цртеж 1

Задача 2. Во празните кругчиња запиши ги броевите од 1 до 7 (секој број запиши го еднаш) така што збирот на броевите во тие кругчиња да биде еднаков на бројот запишан во триаголникот кои тие кругчиња го образуваат (види цртеж 1).

Решение. Ќе воведеме ознаки како на цртежот 2. На тој начин добиваме дека е исполнето

$$a+b+d=14 \qquad (1)$$
$$b+d+e=11 \qquad (2)$$
$$b+e+c=12 \qquad (3)$$
$$c+e+f=13 \qquad (4)$$
$$e+f+g=10 \qquad (5)$$



цртеж 2

Интересно зарем не. Систем со многу равенки и многу непознати. Како да се реши? Дали е тоа комплицирано? Да видиме.

Да забележиме дека

$$a+b+c+d+e+f+g=28$$

(бидејќи $1+2+3+4+5+6+7=28$), или

$$(a+b+d)+g+(c+e+f)=28$$

Но заради (1) и (4) добиваме

$$13+g+14=28,$$

односно $g=1$.

Слично,

$$(a+b+d)+(e+f+g)+c=28,$$

па од (1) и (5) добиваме

$$14+10+c=28,$$

односно $c=4$.

Од (2) и (3) следува

$$\begin{cases} b+d+e=11 \\ b+e+c=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b+e=11-d \\ b+e=12-c \end{cases}.$$

Сега, од последниот систем

$$11-d=12-c,$$

а бидејќи $c=4$ имаме $11-d=8$, т.е. $d=3$.

Од (4), т.е. од равенката

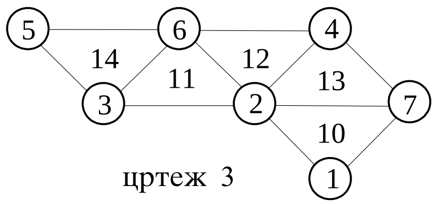
$$c+e+f=13$$

и од $c=4$ имаме

$$e+f=13-4=9. \tag{6}$$

Од (6) заклучуваме дека e и f не можат да бидат двата непарни ниту двата парни (објасни зошто) .

Заради $g=1$, $c=4$ и $d=3$, броевите e и f припаѓаат на множеството $\{2,5,6,7\}$. Сега од различната парност и (6) лесно се добива дека тоа се броевите 2 и 7. Со мала "комбинаторика" лесно се заклучува дека $e=2$ и $f=7$. Конечно, со непосредно пресметување имаме $a=5$ и $b=6$, па на цртежот 3 го имаме решението на задачата.



цртеж 3

Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус на СММ