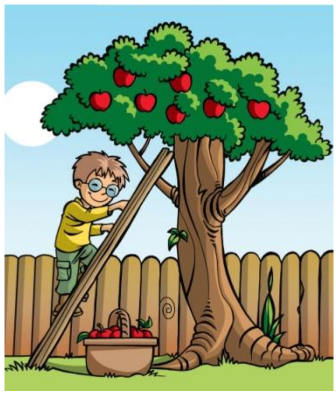
Ристо Малчески
Скопје

ВРЕМЕТО Е ВАЖНО ИЛИ ЗАДАЧИ ПОВРЗАНИ СО ЧАСОВНИКОТ

Нашето секојдневие е пропратено со активности кои се извршуваат во определени временски периоди. Често пати е потребно да најдеме: колку часа се потребни да завршиме некоја работа сами или ако заедно работиме со некој друг, колку часа се потребни за да се наполни еден базен кога тој се полни со една, две или повеќе цевки и слично. Со еден збор, нашето секојдневие неминовно е поврзано со мерењето на времето и движењето на стрелките на часовникот. Токму затоа во ова наше дружење ќе разгледаме неколку задачи од овој вид.

Задача 1. Љубе може да ја обере јаболкницата за 2 часа, а на неговиот син Ламбе му се потребни 3 часа. За кое време ќе ја завршат работата ако Љубе и Ламбе работат заедно?

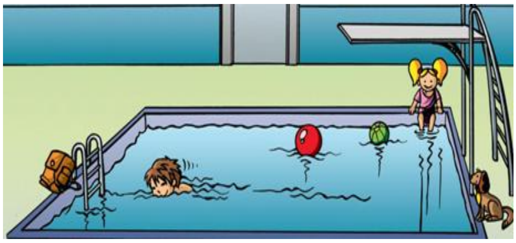


Решение. Љубе за 1 час бере $\frac{1}{2}$ од јаболкницата, а Ламбе бере $\frac{1}{3}$ од јаболкницата. Двајцата заедно за 1 час ќе оберат $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ од јаболкницата. Според тоа, за да оберат $\frac{1}{6}$ од јаболкницата на Љубе и Ламбе им е потребно $\frac{1}{5}$ од часот. Конечно, за да ја оберат целата јаболкница ним им е потребно шест пати подолго време од времето што им е потребно да оберат $\frac{1}{6}$ од јаболкницата, што значи дека им е потребно $6\cdot\frac{1}{5}=\frac{6}{5}h=1h12\min$. ■

Задача 2. Четири работници треба да завршат некоја работа. Ако првиот, вториот и третиот работат заедно, работата ќе ја завршат за 6 часа, а ако првиот, вториот и четвртиот работат заедно, работата ќе ја завршат за 7,5 часа. Меѓутоа, ако само третиот и четвртиот работат заедно, тие работата ќе ја завршат за 10 часа. Колку време е потребно да се заврши работата, ако заедно работат сите четири работници?

Решение. Нека првиот, вториот, третиот и четвртиот работник самостојно може да ја заврши работата за a,b,c,d часови, соодветно. Тоа значи дека за 1 час соодветно ќе биде завршен $\frac{1}{a},\frac{1}{b},\frac{1}{c},\frac{1}{d}$ дел од работата. Сега, од условите на задачата следува $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{6}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{d}=\frac{1}{7{,}5}$ и $\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=\frac{1}{10}$. Последните три равенки ги собираме и добиваме $2(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d})=\frac{2}{5}$, од каде наоѓаме $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=\frac{1}{5}$. Според тоа, ако сите четири работници работат заедно тие за 1 час ќе завршат $\frac{1}{5}$ од работата, што значи дека целата работа ќе ја завршат за 5 часа. ■

Задача 3. Еден базен се полни со две цевки, а со трета се празни. Првата цевка сама може да го наполни базенот за 5 часа, а втората за 4 часа. Кога базенот е полн низ третата цевка може да се испразни за 20 часа. Киро по грешка истовремено ги отворил трите цевки. За колку часа ќе се наполни базенот?



Решение. Првата цевка за 1 час полни $\frac{1}{5}$ од базенот, втората за 1 час полни $\frac{1}{4}$ од базенот, а третата за 1 час празни $\frac{1}{20}$ од базенот. Според тоа, ако истовремено се отворени сите три цевки, тогаш за 1 час ќе се наполни $\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{20}=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$ од базенот. Значи, $\frac{1}{5}$ од базенот се полни за $\frac{1}{2}h$, а за да се наполни целиот базен е потребно пет пати подолго време, односно $5\cdot\frac{1}{2}h=\frac{5}{2}h=2h\,30\,\text{min}$. ■

Задача 4. Марко сам може да растовари камион пол со јаболка за 12 часа. Ако Петре му помогне во растоварањето така што заедно ќе работат 3 часа, тогаш камионот ќе бидат растоварен за 8 часа. За колку часа Петре може сам да го растовари камионот?

Решение. Марко камионот го растовара за 12 часа, што значи дека за 1 час тој ќе растовари

$\frac{1}{12}$ од камионот. Нека x е бројот на часовите за кои Петре сам може да го растовари камионот. Тогаш тој за 1 час ќе растовари $\frac{1}{x}$ од камионот. Двајцата заедно за 1 час ќе растоварат $\frac{1}{12}+\frac{1}{x}$ од камионот, а за 3 часа ќе растоварат $3(\frac{1}{12}+\frac{1}{x})$ од камионот. До завршување на работата Марко треба сам да работи уште 5 часа, што значи дека треба да заврши $\frac{5}{12}$ од работата. Според тоа, Марко и Петре заедно завршиле $1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$ од работата, па затоа $3(\frac{1}{12}+\frac{1}{x})=\frac{7}{12}$. Од последната равенка добиваме $\frac{3}{x}=\frac{4}{12}$, односно $x=9$. Според тоа, Петре сам ќе го растовари камионот за 9 часа. ■

Задача 5. Ангел и Митре се чувари во националниот парк Пелистер. Тие работејќи заедно можат за 36 минути да ги наполнат хранилките со сено. Ако Ангел работи сам, тој работата ќе ја заврши за 30 минути подолго време отколку кога работата сам ја завршува Митре. Колку време му е потребно на Ангел за сам да ја заврши работата?

Решение. Нека a е бројот на минутите за кои Ангел сам може да ја заврши работата, а m е бројот на минутите за кои Митре сам може да ја заврши работата. Според условот на задачата имаме $a=m+30$. Понатаму, за 1 минута Ангел сам ќе заврши $\frac{1}{a}$ од работата, а Митре сам ќе заврши $\frac{1}{m}$ од работата. Значи, тие заедно за 1 минута ќе завршат $\frac{1}{a}+\frac{1}{m}$ од работата. Но, кога работат заедно тие работата ја завршуваат за 36 минути, па затоа за 1 минута завршуваат $\frac{1}{36}$ од работата. Оттука добиваме дека $\frac{1}{a}+\frac{1}{m}=\frac{1}{36}$, па затоа ако земеме предвид дека $a=m+30$, добиваме $\frac{1}{m+30}+\frac{1}{m}=\frac{1}{36}$. Последната равенка последователно е еквивалентна на равенките

$$\frac{2m+30}{m(m+30)}=\frac{1}{36},$$

$$36(2m+30)=m(m+30),$$

$$72m+1080=m^2+30m,$$

$$m^2-42m-1080=0,$$

$$(m-60)(m+18)=0.$$

Производ на два броја е еднаков на 0 ако и само ако еден од броевите е еднаков на 0, па од последната равенка добиваме $m-60=0$ или $m+18=0$, т.е. $m=60$ или $m=-18$. Но, времето не може да е негативен број, па затоа единствено решение на задачата е $m=60\,\text{min}$. Значи, $a=60+30=90\,\text{min}$, што значи дека Ангел сам ќе ја заврши работата за 90 минути. ■

Во досегашните разгледувања решивме неколку задачи поврзани со работа. Меѓутоа, постојат бројни „загатки“ (логички задачи) поврзани со часовникот и времето. Да разгледаме две такви задачи.

Задача 6. За да се испржи парче сланина потребни се 4 минути, по 2 минути за секоја страна. Цветанка има тава во која може истовремено да се стават две парчиња сланина. Кое е најмалото време потребно за Цветанка за таа да испржи три парчиња сланина?

Решение. Да ставиме две парчиња сланина да се пржат 2 минути. Потоа едното парче да го извадиме, второто парче сланина го превртуваме и го ставаме третото парче сланина. По две минути го вадиме второто парче, третото го превртуваме и во тавата го ставаме првото парче сланина. Пржиме уште две минути, со што сите три парчиња сланина се испржени. Конечно, за да Цветанка испржи три парчиња сланина и се потребни $3\cdot 2=6\,\text{min}$. ■

Задача 7. Колку минути во периодот од 00:00 до 23:59 на дигитален часовник можеме, во некој редослед, одеднаш да ги видиме цифрите 2, 0, 0, 6?

Решение. Дигаталниот часовник покажува пет времиња кои се запишани со цифрите 2, 0, 0, 6, и тоа: 00:26, 02:06, 06:02, 06:20 и 20:06. Секое од овие пет времиња се гледа по 1 минута, па затоа на дигитален часовник можеме, во некој редослед, цифрите 2, 0, 0, 6 одеднаш да ги видиме 5 минути. ■

Во следните задачи ќе се осврнеме на задачи со часовници.

Задача 8. Два часовника се навиени на 5.1.2023 година во 9 часот. Еден од овие часовници е точен, а другиот „брза“ една и половина минута на секој час. Кога двата часовника ќе покажуваат исто време, на која дата и во колку часот?

Решение. Двата часовника ќе покажат исто време во моментот кога вториот часовник (оној што „брза“) ќе „отиде“ напред 12 часа. Бидејќи секој час овој часовник „брза“ по една и половина минута, за да „отиде“ 12 часа напред, односно 720 минути, се потребни $720:1,5=480$ часови, т.е. $480:24=20$ дена. Значи, двата часовника повторно ќе покажуваат исто време на 25.1.2023 година во 9 часот. ■

Задача 9. Часовничарот Кирил на 1.1.2022 година, точно напладне, навил три часовника. Кога следниот ден напладне ги контролирал, Кирил констатирал дека еден од часовниците работи точно, другиот часовник „побрзал“ за 1 минута, а третиот „закаснил“ 1 минута. Кој ден и во колку часот овие часовници прв пат повторно ќе покажат исто време? (Часовниците уредно се навиваат и цело време работат исто како и првиот ден.)

Решение. Сите три часовници ќе покажат исто време кога вториот часовник ќе „побрза“ 12 часа, а третиот часовник ќе „закасни“ 12 часа. Бидејќи вториот часовник за 1 ден „побрзува“ 1 минута, а третиот за 1 ден „закаснува“ 1 минута, трите часовници ќа покажат исто време по $12\cdot 60=720$ дена, а тоа е точно на пладне на 21.12.2023 година. ■

Задача 10. Часовникот на Горјан заостаннува две секунди за 6 дена. Кое време ќе го покажува часовникот на пладне на 8.3.2023 година, ако е точно наместен на 1.1.2023 година во 12 часот?

Решение. Од 12 часот на 1.1.2023 година до 12 часот на 8.3.2023 година има точно 66 дена. Од $66:6=11$ следува дека во 66 дена има 11 циклуси од по 6 дена. Бидејќи секои 6 дена часовникот заостанува 2 секунди, за 66 дена тој ќе заостане $11\cdot 2=22$ секунди. Според тоа, на пладне на 8.3.2023 година часовникот че покажува $11h\,59\min 38\,s$. ■

Задача 11. Сега е точно 9 часот. По колку минути стрелките на часовникот прв пат ќе зафаќаат агол од 50°?

Решение. Во 9 часот малата стрелка на часовникот е „бега“ на големата за 270°. Аголот меѓу стрелките по 9 часот се намалува за да во еден момент биде 50°. Нека тоа е x минути по 9 часот. Додека минутната стрелка за еден час врти цел круг, т.е. 360°, часовната стрелка за

еден час врти $360:12=30^\circ$. Значи, минутната стрелка за 1 минута врти

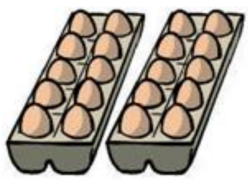
$360:60=6^\circ$, а часовната стрелка за 1 минута врти $30:60=0,5^\circ$. Оттука следува равенката $270^\circ+0,5^\circ x=6^\circ x+50^\circ$, чие решение е $x=40$. Според тоа, по 40 минути стрелките на часовникот ќе зафаќаат агол од 50°. ■

Задача 12. Горјан тргнал во Охрид на викенд неколку минути пред 9 часот, а кога стигнал, неколку минути пред 12 часот, малата и големата стрелка на часовникот ги замениле местата. Колку време патувал Горја?

Решение. Големата стрелка обиколува цел круг, додека малата поминува $\frac{1}{12}$ од кругот. Ако со x го означиме бројот на минутите кои Горјан ги поминал на пат, добиваме дека за тоа време малата стречка поминала $\frac{x}{12}$ делови од минутите, па затоа $x-120+\frac{x}{12}=60$. Оттука добиваме

$$x=\frac{12}{13}\cdot 180=2\,h\,46\frac{2}{13}\,\text{min}.\ ■$$

На крајот од ова наше дружење ви предлагаме самостојно да ги решите следниве задачи.



1. Сестрите Андријана, Милена и Невена имаат фарма со кокошки. Тие секој ден ги пакуваат јајцата кои ги несат кокошките. Милена и Невена можат јајцата да ги спакуваат за 36 минути, Андријана и Невена тоа го прават за 1 час, а Андријана и Милена јајцата ги пакуваат за само половина час. Колку време е потребно да се спакуваат јајцата, ако сите три сестри работат заедно? Колку време е ѝ потребно на секоја од сестрите сама да ги спакува јајцата?

2. Група молери може мојот стан да го молерисаат за 8 часа. Ако им се придружат уште тројца молери, тогаш работата ќе ја завршат за 6 часа. Да претпоставиме дека сите молери за еден час молерисуваат еднаква површина со ист квалитет. Колку време му е потребно на еден молер да го молерисa станот?

3. Матеј погледнал на часовникот и во календарот и запишал дека тој ден бил 5.4.2023 година и точно 9 часот и 15 минути. Која дата и колку часот биле пред 2023 минути?

4. Часовникот на бабата на Филип за еден час побрзува една минута, а часовникот на неговиот дедо за 1 час заостанува половина минута. Филип ги посетил своите баба и дедо во саботата навечер и пред заминување во 21 часот на двата часовника го наместил точното време. На заминување има кажал дека повторно ќе дојде точно во моментот кога часовникот на дедо му ќе покажува еден час помалку од часовникот на неговата баба. Колку часа ќе поминат до повторното доаѓање на Филип?