

**Статијата прв пат е објавена во списанието ТАНГЕНТА на
ДМ на Србија во 2004/05 година**

ARTHUR CAYLEY – ПИОНИР ХЕМИЈСКЕ ТЕОРИЈЕ ГРАФОВА

др Иван Гуйман, др Бранислав Појовић, Крагујевац

Arthur Cayley (читај: Артур Кејли) је један од најзначајнијих математичара 19. века, а по броју објављених радова – око 1000 – спада у најплодније математичаре свих времена. У једном кратком периоду Cayley се занимао за математичке проблеме хемије, и у тој области објавио (само) 4 рада. То представља незнатни део његовог научног опуса, али за хемичаре Cayley је важан као први који је у хемији применио теорију графова. О томе ћемо говорити у другом делу нашег чланка.



Arthur Cayley је рођен 1821. године у Richmondу у Енглеској. У оно време његови родитељи су живели у Санкт Петербургу, у Русији, где се Cayley-ев отац бавио трговином. Cayley се родио приликом једне краће посете његових родитеља домовини. Дечак је живео у Русији до 1828, када се цела породица вратила у Енглеску. У основној школи и колеџу Arthur је био најбољи у свим предметима и освајао све могуће награде. Његов отац због тога није био одушевљен, јер је хтео да Arthur постане трговац. Ипак, дозволио му је да се упише на универзитет (Trinity College у Cambridge-у), 1838. године. Ту је млади Cayley студирао математику, и опет био најбољи.

Када је имао само 21 годину Cayley је изабран за члана Trinity College-а (што је нешто као данашњи асистент на универзитету). То је било 1842. Међутим, већ 1846. он је напустио универзитет и постао адвокатски приправник, а од 1849. самостални адвокат. То му је, наравно, доносило много веће приходе него рад на универзитету. Као правник је радио до 1863. године, и тек онда је прихватио место професора „чисте математике“ у Cambridge-у. Умро је 1895.

Независно од тога да ли је био асистент, адвокатски приправник, адвокат или професор универзитета, Cayley се интензивно бавио математиком и стално објављивао радове у математичким часописима. Његова математичка истраживања нису остала незапажена, и он је већ 1852. године изабран за члана Краљевског Друштва (Royal Society, установа која одговара Академији наука у другим земљама). Изабран је као „геометар и аналитичар“, дакле као математичар.

Cayley је био ниског раста и мршав. Један пријатељ је за њега рекао да „изгледа *и*ако слабино као да је неспособан за било какав физички рад“. Тај утисак је, међутим, варао, јер је Cayley био неуморан када је математика била у питању. За друге ствари се мање занимао, и сматран је за стидљиву и повучену особу.

СAYLEY МАТЕМАТИЧАР

Најважнија област Cayley-евих математичких истраживања је алгебра. Cayley је славу стекао својим резултатима у такозваној *теорији инваријанци*. То је део алгебре која се бави особинама алгебарских функција које остају непромењене када се њихове варијабле трансформишу.

Ево једног једноставног примера: Читаоци „Тангенте“ свакако знају да једначина

$$(1) \quad ax^2 + bx + c = 0$$

има два једнака решења ако и само ако је

$$(2) \quad b^2 - 4ac = 0.$$

Уведимо сада нову варијаблу $y = \frac{p-qx}{r-sx}$ где параметри p, q, r, s задовољавају услов

$$ps - rq \neq 0 \quad \text{тј.} \quad \begin{vmatrix} p & q \\ r & s \end{vmatrix} \neq 0.$$

Овом сменом једначину (1) трансформишемо у облик

$$(3) \quad Ay^2 + By + C = 0.$$

Може се показати да и једначина (3) има два једнака решења ако и само ако важи услов (2). Предлажемо читаоцима „Тангенте“ да ово провере.

Сматра се да је Cayley први писао матрице (па самим тим и детерминанте) у облику који је данас уобичајен, дакле у облику таблице, на пример

$$\begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{vmatrix}$$

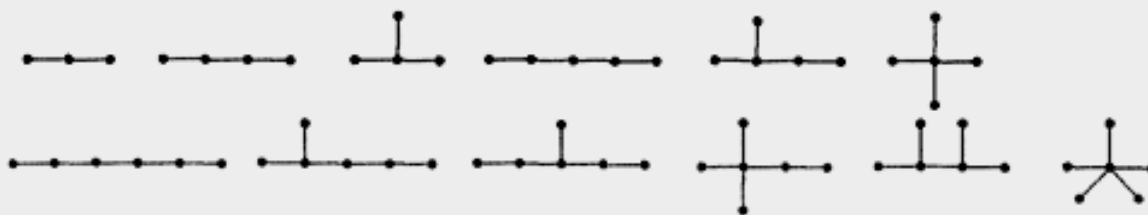
и да је први посматрао матрице као самосталне алгебарске објекте. Једноставније речено: Cayley је открио матрице.

Од других, многобројних, Cayley-евих доприноса математици поменимо да је он први проучавао геометријске проблеме у n -димензионалним просторима. Cayley-еви бројеви представљају поопштење комплексних бројева, а Cayley-ева *површ* је површ задана једначином $z = xy - \frac{1}{6}x^3$.

СТАБЛА, ПЛЕРОГРАМИ И КЕНОГРАМИ

Cayley је 1857. године увео у математику појам *стабла*. Стабло је повезани граф који не садржи циклове. Уместо да дамо формалну дефиницију стабла, на слици 1 смо приказали сва стабла са 3, 4, 5 и 6 чворова.

Скоро у исто време, око 1859. године откривене су структурне формула органских хемијских једињења.[§]

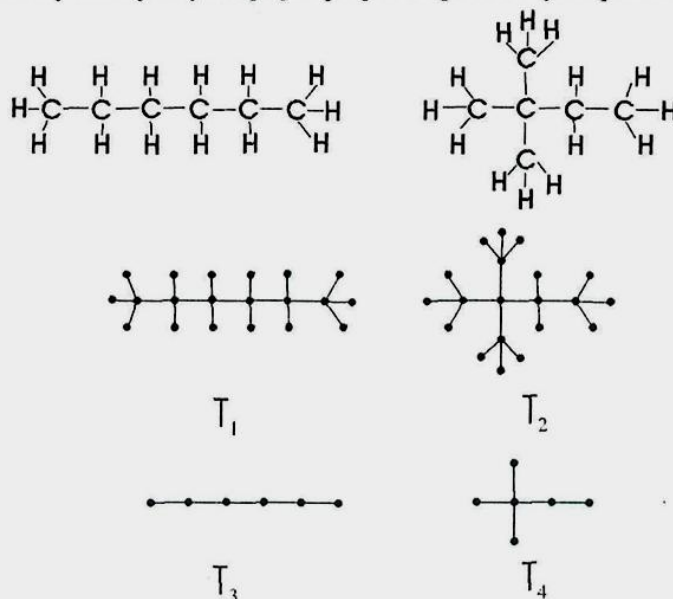


Слика 1. – Стабла са 3, 4, 5 и 6 чворова

Било је потребно петнаест година да неки математичар обрати пажњу на структурне формуле у хемији. Био је то – наравно – Cayley. Он је одмах схватио да између његових стабала и структурних формула такозваних алкана (једињења опште формуле C_nH_{2n+2}) постоји једноставна и очигледна подударност. То је илустровано на слици 2.

Cayley је дефинисао две врсте стабала која одговарају структурним формулама, и назвао их *плерограмима* и *кенограмима*. Начин њихове конструкције треба да је јасан из примера датих на слици 2. Рад „О математичкој теорији изомера“, који је он објавио 1874. године представља почетак примене теорије графова у хемији, научне дисциплине која се данас назива *хемијска теорија графова*.

Cayley је уочио да сваком плерограму са $3n+2$ чвора једнозначно одговара кенограм са n чворова, и да је далеко лакше радити са кенограмима него са плерограмима. Од тада до данас скоро сва истраживања у хемијској теорији графова вршена су и врше се на кенограмима.



Слика 2. – Структурне формуле двају алкана и стабла која им одговарају. T_1 и T_2 су плерограмима, а T_3 и T_4 кенограмима. Оба алкана имају формулу C_6H_{14} па су то изомери. Постоји укупно 5 различитих изомера формуле C_6H_{14} (покушајте их нацртати!), то јест $I_6 = 5$. Cayley је тражио одговор на питање колико је I_n , то јест број различитих изомера формуле C_nH_{2n+2} , када је n задани цео број.

[§] Откриће структурних формула резултат је рада већег броја хемичара. Најважније доприносе дали су Archibald Couper (читај: Арчибалд Купер) и August Kekulé (читај: Аугуст Кекуле).

У време када се Cayley заинтересовао за хемију, било је већ добро познато да постоји већи број једињења исте опште формуле C_nH_{2n+2} , који се називају *изомери*. За првих неколико вредности броја n број различитих изомера се може одредити простим пробањем (by trial and error). Са порастом n број изомера нагло расте, а њихово пребројавање постаје веома тежак задатак. Cayley је покушао да нађе опште решење овог проблема. Није успео, мада је дао неколико вредних резултата у вези пребројавања разних класа стабала. Проблем пребројавања изомерних алкана је решен тек шездесет година касније. До бројева изомерних алкана први су дошли хемичари Henze и Blair (читај: Хинзе, Блер) 1931. године, а опште математичко решење проблема пронашао је Polya (читај: Поја) 1936. Ево првих неколико вредности бројева I_n изомерних алкана C_nH_{2n+2} :

n	I_n	n	I_n
5	3	15	4347
6	5	20	366319
7	9	25	36797588
8	18	30	4111846763
9	35	40	62481801147341
10	75	50	1117743651746953270