

ВЕРОВАТНОЋА ДА НОВАК ЂОКОВИЋ ОСВОЈИ ГЕМ

мр Наталија Будински, Руски Крстур

Најмањи део тениског меча је гем. Гем се игра све док један играч не освоји најмање четири поена и при томе његов противник има барем два поена мање. Када је испуњен овај услов, тада играч осваја гем. Поени се не бележе 1, 2, 3 већ 15, 30, 40.

Претпоставимо да светски првак у тенису Новак Ђоковић игра против Роџера Федерера. Резултати Новака Ђоковића кажу да на свој сервис осваја поен са вероватноћом p која је између 75% и 80%.

Колика је вероватноћа да Новак освоји гем на свој сервис?

Анализирајмо све могуће исходе игре.

Постоји само једна могућност да Новак редом постиже резултате 15 : 0, 30 : 0 и 40 : 0, тј. да узастопно осваја 1, 2 и 3 поена. То је забележено у првој врсти наредне табеле. Исто важи и за његовог противника Роџера и то је приказано у првој колони табеле. Ако један од играча, Ђоковић или Федерер, добије следећи поен при резултату 40 : 0, он добија гем. Вероватноћа да Ђоковић тако освоји гем је p^4 .

		Ђоковић						
		0	15	30	40	гем		
Ф е д е р е р	0	1	1	1	1	1		
	15	1	2	3	4	4		
	30	1	3	6	10	10		
	40	1	4	10	20	20	20	
	гем	1	4	10	20	40	40	40
				20	40	80	80	80
					40	80	160	
						80		

Ђоковић осваја гем
 предност Ђоковић
 изједначење
 предност Федерер
 Федерер осваја гем

Постоје две могућности да резултат буде 15 : 15. На пример, Ђоковић може да изгуби први поен, али да освоји следећи, или да добије први поен а да изгуби следећи. Аналогно томе, постоје три могућности да резултат буде 30 : 15 у корист Ђоковића и четири да буде резултат 40 : 15, такође у његову корист. То се види у другој врсти табеле. Могућности за Федерера су исте и описане су другој колони табеле. Да би Ђоковић у том случају добио гем, он мора да освоји следећи поен.

Ако посматрамо табелу, уочавамо да се број у сваком пољу (не узимајући у обзир поља која означавају освајање гема) добија сабирањем резултата у пољу изнад и пољу са леве стране. Попуњавањем табеле видимо да на 20 различитих начина играчи могу стићи до изједначења $40 : 40$.

Вероватноћа да Ђоковић добије гем након резултата $40 : 15$ је $4p^4(1-p)$, а након резултата $40 : 30$ је $10p^4(1-p)^2$. Остаје још да одредимо вероватноћу са којом ће Ђоковић добити гем након резултата $40 : 40$.

Да би тенисер након резултата $40 : 40$ добио гем, он мора да освоји два поена заредом. Тако, вероватноћа да Ђоковић освоји два поена заредом после резултата $40 : 40$ једнака је $20p^5(1-p)^3$. Међутим, ако Ђоковић освоји први поен након резултата $40 : 40$ а изгуби следећи, или обрнуто, долази до другог изједначења. Ђоковић може да дође у ову ситуацију на 40 различитих начина, тако да је вероватноћа да Ђоковић изађе као победник након ове ситуације једнака $40p^6(1-p)^4$. Приметимо да се број могућности да наступе нова изједначења удвостручује по дијагонали табеле $(10, 20, 40, 80, 160, \dots)$. Узимајући то у обзир, вероватноћа да Ђоковић добије гем је:

$$p^4 + 4p^4(1-p) + 10p^4(1-p)^2 + 20p^5(1-p)^3 + 40p^6(1-p)^4 + 80p^7(1-p)^5 + \dots$$

Сређивањем се добија:

$$p^4 + 4p^4(1-p) + 10p^4(1-p)^2 (1 + 2p(1-p) + 4p^2(1-p)^2 + 8p^3(1-p)^3 + \dots).$$

Израз $1 + 2p(1-p) + 4p^2(1-p)^2 + 8p^3(1-p)^3 + \dots$ представља бесконачан геометријски ред са количником $2p(1-p)$. Пошто је¹:

$$1 + 2p(1-p) + 4p^2(1-p)^2 + 8p^3(1-p)^3 + \dots = \frac{1}{1 - 2p(1-p)}$$

вероватноћа да Ђоковић добије гем је једнака:

$$p^4 + 4p^4(1-p) + 10 \frac{p^4(1-p)^2}{1 - 2p(1-p)}.$$

Ако узмемо у обзир да статистика каже да је p између 0,75 и 0,8, заменом ових вредности добијамо да је вероватноћа да Ђоковић добије гем на свој сервис између 0,876201822 и 0,932327619.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] ДР МИЛУТИН ОБРАДОВИЋ, DR DUŠAN GEORGIJEVIĆ, *Математика са збирком задатака за 4. разред средње школе*, Завод за уџбенике, Београд, 2003.
- [2] MICHAEL DE VILLERS, *Game, Math, and Luck!*, Pythagoras, 53, pp. 14-17, 2001.

* * *

¹ $1 + q + q^2 + \dots = \frac{1}{1-q}, |q| < 1$

Статијата прв пат е објавена во списанието тангента на ДМ на
Србија во 2012/13 година