XXVIII ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

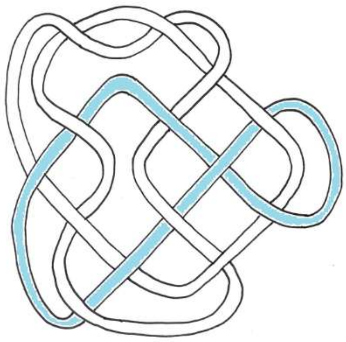
9 февраля 2025г

Младшая группа, 1 класс.

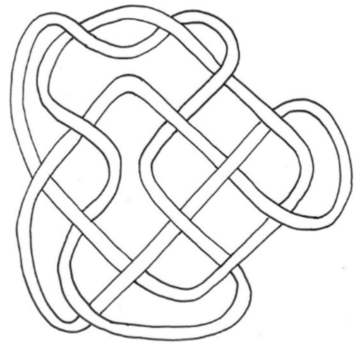
Ниже приведены краткие решения задач. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Близнецы Маша и Саша одного роста. Толя выше Маши, а Боря ниже Саши. Кто выше: Толя или Боря? (*фольклор*) **Ответ**. Толя.

Решение. Толя выше Маши, которая такого же роста, что и Саша, а Саша выше Бори.

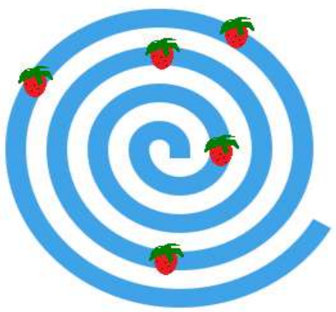


Задача 2. На рисунке переплетено несколько верёвочек. Сколько их? (*Н.М.Нетрусова*)

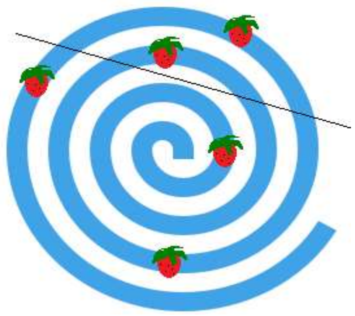


Ответ. 2 верёвочки.

Решение. На рисунке выделена одна верёвочка. Вторая незакрашенная.

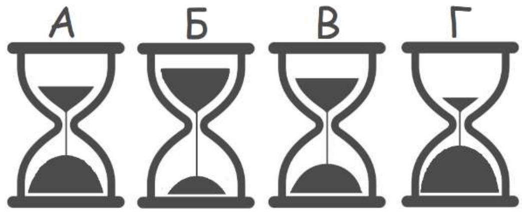


Задача 3. Маше подарили леденец в виде спирали с клубничками, как на рисунке слева. Маша просит папу разделить леденец одним прямым разрезом на несколько кусочков, чтобы на каждом кусочке была целая клубничка. Как папа должен сделать разрез? (*О.С.Парамонова*)



Ответ. На рисунке справа.

Задача 4. У Совуньи есть четверо одинаковых песочных часов. Однажды она одновременно поставила все часы, подождала, когда весь песок пересыплется вниз, а потом их по очереди перевернула. В каком порядке Совунья перевернула часы? (*О.С.Парамонова*)



Ответ. Г, А, В, Б.

Решение. Чем меньше песка в верхней части, тем раньше часы перевернули. Первыми перевернули те часы, где в верхней части осталось меньше всего песка, а последней – те, где больше всего.

Задача 5. Сегодня у Саши день рождения. Ровно 2 года назад Саша думал: «Если из моего возраста сегодня вычесть число зимних месяцев в году, то получится число летних месяцев в году!» Сколько лет исполнилось Саше сегодня? (*Р.А.Сильвестров*)

Ответ. 8 лет.

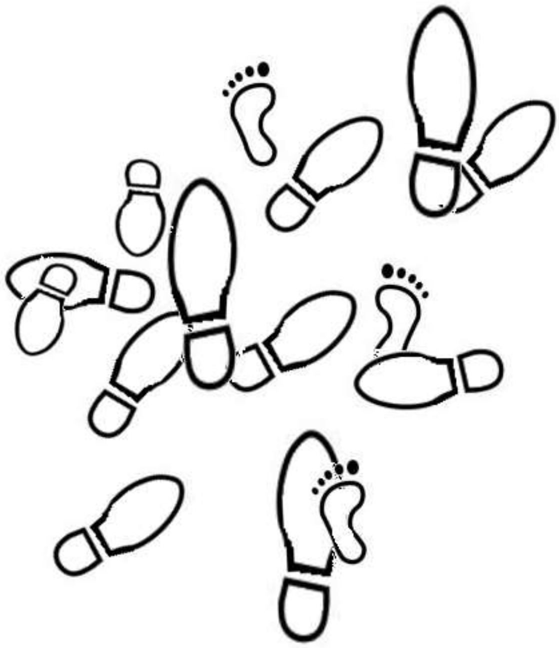
Решение. Летних месяцев в году 3 и зимних месяцев тоже 3. Следовательно 2 года назад Саше исполнилось 6 лет. Значит, сегодня ему исполнилось 8 лет.

Задача 6. У Максима есть сын, внук (сын сына) и правнук (сын внука). Каждого зовут либо Максим, либо Александр. Кем приходятся друг другу Александр Максимович и Александр Максимович – двое из этих четверых родственников? (*О.С.Парамонова*)

Ответ. Дед и внук.

Решение. Среди сына, внука и правнука должно быть ровно два Александра. Если Александров трое, то Александр Максимович будет только один – сын Максима. Значит два Максима и два Александра. Чтобы условие выполнялось, имена должны чередоваться. Поэтому Александром Максимовичем зовут сына и правнука. А они друг другу приходятся дедом и внуком.

Задача 7. Холмс распутывает следы на месте происшествия. Тут прошли один босой туземец и четыре жителя Лондона. Сколько лондонцев прошло перед туземцем и сколько после него? (*Е.Ю.Иванова*)



Ответ. Два человека до и два человека после.

Решение. Заметим, что тут всего следы пяти человек – одного туземца и четырёх людей в ботинках. Туземец прошел после самых больших следов, которые в свою очередь после средних, что идут слева направо-вверх. На следы туземца наступил еще человек, идущий справа налево и еще маленькие следы поверх них.

Задача 8. К Новому Году Аня, Варя и Галя вырезали снежинки, все разное количество. Аня сказала; «У меня меньше снежинок, чем у Вари». Галя ответила: «Зато у тебя снежинок больше, чем у меня!». Кто вырезал больше всего снежинок, если обе девочки сказали неправду? (*Т.В.Антошкина*)

Ответ. Больше всех снежинок вырезала Галя.

Решение. Так как у всех разное количество снежинок, то равенства нет, и если у кого-то не больше, то значит меньше. Так как Аня сказала неправду, то у нее снежинок больше, чем у Вари. А так как Галя сказала неправду, то у нее снежинок больше, чем у Ани.

XXVIII ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

9 февраля 2025г

Младшая группа, 2 класс.

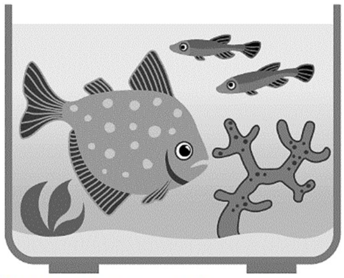
Ниже приведены краткие решения задач. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

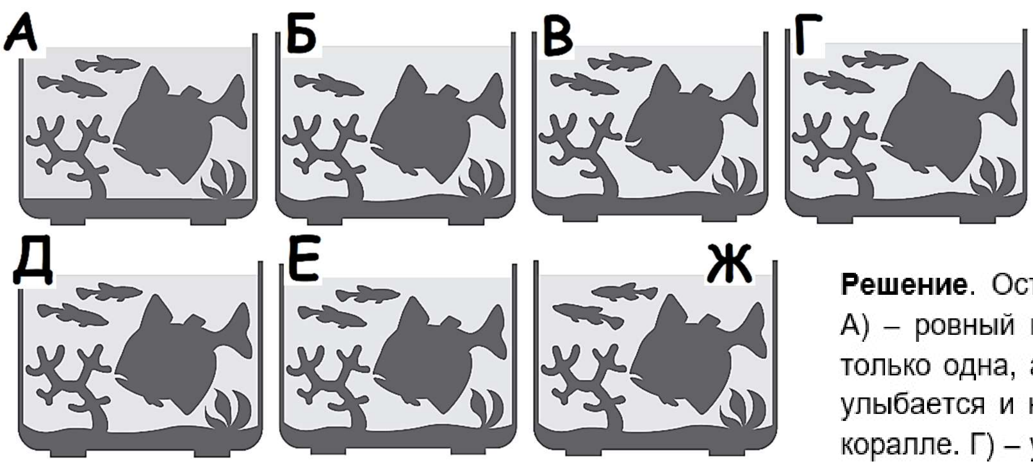
Задача 1. Замените буквы цифрами от 1 до 6 (разные буквы – разными цифрами) так, чтобы все неравенства были верными П<И>Р<А>М>И<Д<А. (*Т.Антошкина*)

Ответ. 1<3>2<6>5>3<4<6 или П=1, И=3, Р=2, А=6, М=5, Д=4.

Решение. Поскольку известно, что тут шесть разных букв и шесть разных цифр то будем искать наибольшую. Это либо И, либо А. А так как А > И, то, значит, А=6. И больше П и Р, значит И не меньше 3. Также И меньше А, М, Д, то есть И не больше 3. Значит, И=3. Эти две буквы определяются однозначно, а для остальных есть варианты. Например, М и Д равны 5 и 4, но может быть и так, и так. Аналогично П и Р равны 1 и 2, но варианта тоже два.

Задача 2. Петя сфотографировал тень от аквариума и отнёс на проявку. Когда Петя пришёл забирать свой заказ, мастер дал ему пачку и предложил выбрать. Какой слайд Петин?





(*И.Артеменко*)

Ответ. Д.

Решение. Остальные не подходят так как А) – ровный песок. Б) – маленькая рыбка только одна, а не две. В) – большая рыба улыбается и не хватает одного кусочка на коралле. Г) – у большой рыбы нет верхнего плавника. Е) – не хватает листка у кустика справа. Ж) маленькие рыбки плывут не в ту сторону.

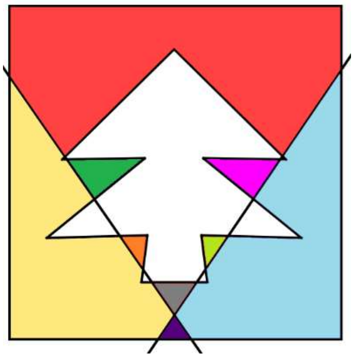
Задача 3. У Васи было несколько бумажных фигур: 3 красных и 4 синих треугольника, 5 жёлтых и 2 красных квадрата. Вася разрезал сначала каждую красную фигуру на три треугольника, а потом каждый из треугольников (и новые, и старые) – на два треугольника. Сколько теперь фигур у Васи? (*Е.Иванова*)

Ответ. 43 фигуры: 38 треугольников и 5 квадратов.

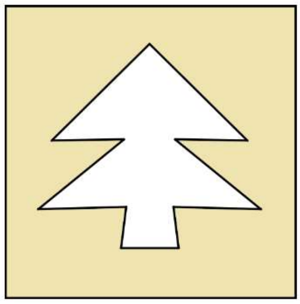
Решение. Красных фигур 5: два квадрата и три треугольника. Значит, после разрезания из них получится 15 треугольников. Всего 19 треугольников. Теперь каждый треугольника Вася режет на два, получится 38 треугольников и ещё 5 нетронутых квадратов.

Задача 4. Кирилл написал на доске двузначное число. Его сумма цифр больше 8, но меньше 13. Известно, что если цифры поменять местами, то нового двузначного числа не получится. Какое число мог написать Кирилл? (Укажите все возможные варианты) (*Н.Михайловский*) **Ответ**. 55, 66 или 90.

Решение. Заметим, что если из двух цифр можно составить единственное двузначное число, то они либо равны, либо одна из них ноль (так как двузначное число не может начинаться с нуля). Если одна цифра 0, то вторая 9, иначе сумма 8 или меньше. Если это две одинаковые цифры, то их сумма 10 или 12. Откуда ответ.



Задача 5. В листе бумаги вырезали дырку в виде ёлочки (см.рисунок). Разделите получившуюся фигуру двумя прямыми разрезами на 9 частей. (*О.Парамонова*)



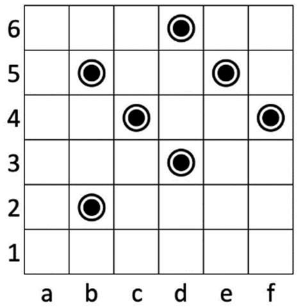
Ответ. Один из возможных вариантов на рисунке.

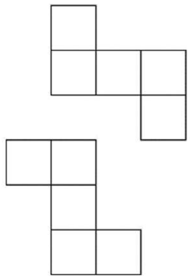
Задача 6. Из палочек можно выложить знаки «+», «–», «=» и римские числа: I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII, XIII и так далее. Том выложил из палочек VIII + II = VIII

Переложите две палочки, чтобы получилось верное равенство. (*Н.Михайловский*)

Ответ. Например, так VIII − I = VIII − I

Задача 7. Аня где-то на доске 6х6 разместила фигурку лебедя из пяти клеток (см. рисунок). Коля пытается угадать, где фигурка, называя клетки. Он уже попробовал 7 раз и ни разу не угадал. Какие 2 клетки еще нужно назвать Коле, чтобы точно найти хоть одну клетку, занятую лебедем? (*Н.Михайловский*)





Ответ. Клетка e2 и любая из клеток b3, c3 или c2.

Решение. Чтобы найти искомые клетки, нужно рассмотреть все возможные положения фигурки лебедя, учитывая, что её можно поворачивать и переворачивать.

Задача 8. Собрались как-то в волшебном лесу сказочные говорящие создания: единорог, козёл и осёл. Один заявил: «У вас вместе рогов больше, чем у меня!» Второй ответил: «Да просто ты совсем безрогий!» Третий сказал: «Да, кто-то из вас безрогий». Известно, что только один из них соврал, а двое других сказали правду. Выясните, кто кем был. У единорога 1 рог, у козла 2 рога, у осла нет ни одного рога. (*Н.Михайловский*) **Ответ**. Первый – единорог, второй – осёл, третий – козёл.

Решение. Если первый осел (у него нет рогов), тогда все говорят правду и условие не выполняется. Значит, у него есть рог или рога. Следовательно, второй врёт. Значит, первый и третий говорят правду. Тогда первый может быть только единорогом, второй – осёл, ведь третий говорит правду. А третий – козёл.

XXVIII ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

9 февраля 2025г

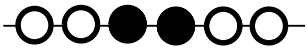
Средняя группа, 3 класс.

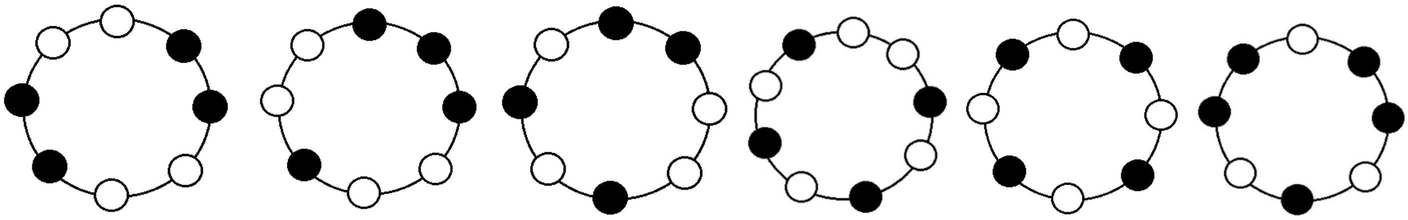
Ниже приведены краткие решения задач. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. Замените буквы цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (одинаковые буквы одинаковыми цифрами, разные – разными) так, чтобы равенство было верным: СНЕ+Г = СНЕ+Ж+О+К, если известно, число $\overline{\text{СНЕ}}$ – самое большое из возможных в данной ситуации. (*Е.Тимофеева*)

Ответ. 754+6=754+1+2+3.

Решение. Очевидно, что трехзначное число СНЕ не влияет на равенство Г=Ж+О+К. Поскольку сумма Ж+О+К как минимум 6, то Г не может быть меньше 6. Следовательно максимально возможное трехзначное число из оставшихся цифр 754.

Задача 2. Бусы  можно разрезать на два одинаковых кусочка из двух белых и одной чёрной бусин. Какие из следующих шести бус можно разрезать на 4 одинаковых кусочка? Сами бусины резать нельзя и лишних бусин не должно остаться. (*А.Докукина*)



А Б В Г Д Е

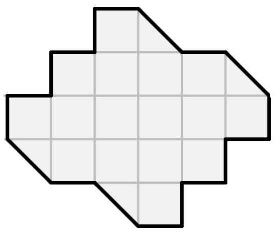
Ответ. Можно разрезать на кусочки одна чёрная и одна белая бусины бусы А, В и Д.

Решение. Бусы Г нельзя разрезать, так как там 9 бусин и на 4 не делится. Во всех остальных по 8 бусин, значит, если их разрезать можно, то там должно быть 4 чёрных и 4 белых бусины. Поэтому Е нельзя – там 3 белых. Б нельзя разрезать, так как есть три чёрные бусины подряд.

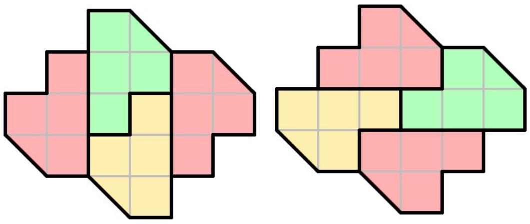
Задача 3. Чип, Дейл, Рокки и Гайка заняли первые четыре места в соревнованиях по поеданию сыра. В качестве приза за первое место выдали 4 кг сыра, за второе – 3кг, за третье – 2кг, а за четвертое – 1кг. Известно, что Чип, Дейл и Рокки вместе получили меньше 9кг сыра, Чип, Дейл и Гайка – меньше 8кг, а Чип, Гайка и Рокки – меньше 7кг. Определите, какое место занял каждый из участников. (*Э.Акопян*) **Ответ.** Чип – 4, Гайка – 3, Рокки – 2, Дейл – 1 .

Решение. Минимальное количество сыра, которые могли получить в сумме трое, – 6. Тогда, это Чип, Гайка и Рокки. Поскольку, Чип, Гайка и Дейл уже не могли получить 6кг, а должны были получить меньше 8, то у них в сумме 7. Значит, у Дейла на 1 больше, чем у Рокки и значит, что у Дейла 4, а Рокки – 3, так как в другом случае у кого-то будет одинаковое количество сыра. Чип, Дейл и Рокки получили меньше 9 и при этом Дейл и Рокки, как мы выяснили получили в сумме 7. Следовательно, у Чипа меньше 2, то есть 1кг. Тогда у Гайки 2кг.

Задача 4. Разрежьте фигуру на рисунке слева на четыре одинаковые части. Резать можно по линиям сетки и по диагоналям квадратиков. (*В.Иванов*)



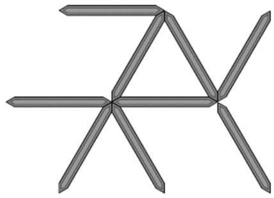
Ответ. Возможные варианты приведены на рисунке.

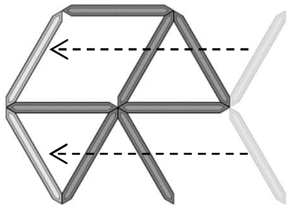


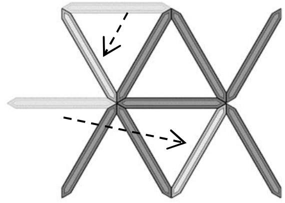
Задача 5. Заяц, Волк и Лиса одновременно из одной точки начали бежать по круговому стадиону в одну и ту же сторону с разной постоянной скоростью. Через 15мин они одновременно закончили бег в той же точке, что и начали. Известно, что за это время Лиса обогнала Волка 2 раза, а Заяц обогнал Лису 3 раза. Сколько раз Заяц обогнал Волка? Старт и финиш за обгон не считается. (*Е.Ю.Иванова*) **Ответ.** Заяц обогнал Волка 6 раз.

Решение. Все бегут с постоянной скоростью, значит Лиса бежит быстрее Волка, а Заяц быстрее Лисы. Т.к. Лиса обогнала Волка 2 раза, то это значит, что она пробежала на 3 круга больше, чем Волк, так как старт и финиш за обгон не считается. Аналогично Заяц пробежал на 4 круга больше, чем Лиса. То есть Заяц пробежал на 7 кругов больше, чем Волк. Значит, он обогнал Волка 6 раз.

Задача 6. Ника сложила фигуру из палочек. Переложите две палочки, чтобы получилась фигура, имеющая ось симметрии. (*В.Иванов*) **Ответ.** Возможные варианты приведены на рисунке.







Задача 7. В ряд выложены 5 внешне одинаковых конфет слева направо: сначала все с курагой (хотя бы одна есть), потом все с черносливом (хотя бы одна есть). Есть прибор с двумя ячейками: А на 1 конфету и Б на 2 конфеты. Можно положить туда 3 конфеты и прибор сообщит, есть ли среди конфет в Б такая же конфета, как в А или нет. Как за два использования прибора, определить, сколько конфет с курагой? (*О.Леонтьева*) **Решение.** В ячейку А положим 4 по счёту конфету, а в ячейку Б конфеты 1 и 2. 1) Если ответ прибора «да», то 2, 3 и 4 – одинаковые. Ситуации, что 1 и 4 одинаковые, отличны от 2, быть не может. В этом случае вторая проверка: в А конфета 5, а в Б – 2 и 3. Тогда если снова «да», то с курагой только конфета 1. Если «нет», то 5 – единственная конфета с черносливом. 2) Если ответ прибора «нет», то 1 и 2 точно с курагой, 4 и 5 точно с черносливом. Кладем конфету 3 в А, в Б – 1 и 2. Тогда если снова «нет», то с курагой только конфеты 1 и 2, если «да» – с курагой конфеты 1,2,3.

Задача 8. В погребе у Кащея Бессмертного есть три кувшина. В каждом из них содержится либо живая вода, либо мёртвая. Надпись на первом кувшине гласит: «В погребе только один кувшин с живой водой». На втором и на третьем кувшинах одинаковые надписи: «В двух других кувшинах вода мёртвая!». Кащей знает, что только одна надпись правдива. В каком кувшине какая вода? (*В.Иванов*) **Ответ.** В первом – живая вода, во втором и третьем – мёртвая.

Решение. Предположим, что надпись на первом кувшине ложна. Тогда либо во всех кувшинах мёртвая вода (но в этом случае надписи на втором и третьем кувшинах верны, что противоречит условию, ведь только одна надпись правдива), либо мёртвая вода максимум в одном кувшине (в этом случае все надписи ложны. Противоречие) Значит, на первом кувшине верная надпись – живая вода только в одном кувшине. Если это второй кувшин, то надпись на нём оказывается верна, а две надписи по условию не могут быть верны, противоречие. Третий кувшин, аналогично, не может содержать живую воду. А единственный оставшийся вариант – когда живая вода только в первом кувшине, удовлетворяет условию.

XXVIII ОЛИМПИАДА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

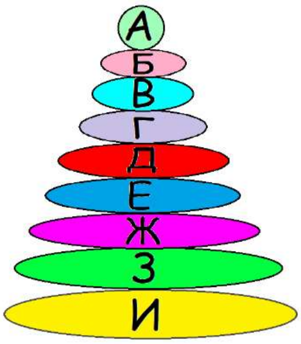
9 февраля 2025г

Старшая группа, 4 класс.

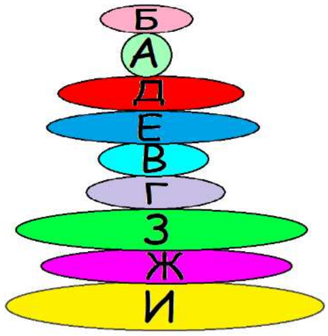
Ниже приведены краткие решения задач. Мы приводим некоторые из возможных решений и не отрицаем существование других

Задача 1. В одной стране есть города Агрино, Барео, Гулея, Пежи, Рупета и Сум. Известно, что между городами есть автобусное сообщение, если в их названии есть одинаковая буква, стоящая на одном и том же месте с начала слова. Например, между Пежи и Рупета нет сообщения, а между Сум и Гулея есть. Придумайте автобусный маршрут, проходящий через все города ровно по одному разу.(*А.Солынин*) **Ответ.**Например, Пеж**и**–Аг**ри**но–Ба**ре**о–Г**у**л**е**я – С**у**м – Р**у**пета.

Задача 2. На столе стояла собранная пирамидка из 9 колец, как на рисунке слева.



Аня, Боря и Вася по очереди подошли к пирамидке и сняли несколько подряд идущих колец. Один взял 2 кольца, другой – 3, третий – 4. Затем они построили новую пирамидку. Сначала все свои кольца выложила Аня в каком-то порядке, потом Боря, а потом Вася. Получилась пирамидка, как на рисунке справа. Кто сколько колец брал? (*О.Парамонова*)



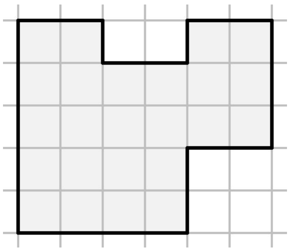
Ответ. Аня взяла три кольца, Боря – четыре, Вася – два.

Решение. Заметим, что между кольцами Г и З в исходной пирамидке три кольца. Это значит, что один человек не мог взять их оба, так как иначе ему пришлось бы взять 5 колец, а никто не взял больше 4. Аналогично кольца А и Д взяли разные люди. Таким образом, у одного кольца ИЖЗ, у другого ГВЕД и у третьего АБ, откуда получаем ответ.

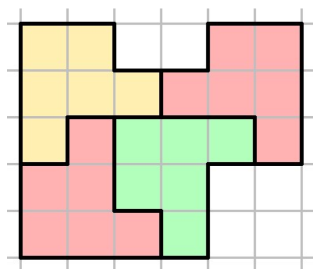
Задача 3. На чашечных весах без гирь можно сравнить два любых набора из одной или нескольких монет. Но владелец весов заберет себе за это одну монету из взвешиваемых. У Оли есть 3 настоящие монеты (весят одинаково) и 2 фальшивые, легче настоящих (тоже весят одинаково). Как за одно взвешивание Оле определить и забрать себе хотя бы одну настоящую монету? Монеты внешне неразличимы (*Е.Иванова*)

Решение. Возьмем две кучки по две монеты. Если весы определят, что кучки равны, то оставшаяся пятая монета – настоящая. И неважно, какую монету возьмут за взвешивание. Если кучки не равны, то в той, что тяжелее, обе монеты настоящие. И по крайней мере одна из них останется.

Задача 4. Разрежьте фигуру на рисунке слева по линиям сетки на четыре одинаковые части. (*В.Иванов*)



Ответ. Возможный вариант приведен на рисунке.



Задача 5. Замените буквы цифрами (разные буквы − разными цифрами, одинаковые – одинаковыми), чтобы пример на сложение стал верным: (*Е.Тимофеева*)

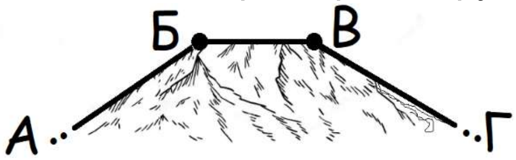
$$\begin{array}{r} \text{С} \\ +\ \text{СН} \\ \text{СНЕ} \\ \text{СНЕГ} \\ \hline 2025 \end{array}$$

Ответ. Н=8, С=1, Е=2, Г=4.

Решение 1. С меньше 2 и не равно 0. Значит, С=1. При сложении С и Н происходит переход через разряд. То есть С+Н=10 или С+Н+1=10 или С+Н+2=10, поскольку сумма трех различных однозначных чисел не превосходит 24 и больше, чем 2 из предыдущего разряда перейти не может. Но мы уже выяснили, что С=1 и С+Н+Е не превосходит 18. Если С+Н=10, то Н=9 и будет переход через разряд из разряда десятков. Поэтому С+Н=9 и Н=8. Тогда С+Н+Е=9+Е=12 или 11 или 10. То есть Е равно 3 или 2 или 1. Но 1 уже занято, поэтому Е либо 3, либо 2. Но 3 невозможно, так как тогда есть переход через разряд из единиц и сумма будет больше 12. Значит, Е=2. Откуда Г=4.

Решение 2. Заметим, что 1111С +111Н+11Е+1Г=2025. Значит, С=1. Отсюда 111Н+11Е+1Г=914. Следовательно, 111Н меньше 900 и больше 800, откуда Н=8. Тогда 11Е+1Г=26, Е=2 и Г=4

Задача 6. Трактор в гору едет в 2 раза медленнее, чем по горизонтальной поверхности, и в 13 раз медленнее, чем с горы. 4 деревни расположены так, как на рисунке, деревни Б и В находятся на одной высоте, а деревни А и Г на склоне. Известно, что трактор проезжает путь от А до В и обратно за то же время, что и путь от Г до А. Дорога АБ в 10 раз короче дороги БВ. Какая из дорог длиннее: АБ или ВГ, и во сколько раз? (*Н.Михайловский*) **Ответ.** Дорога ВГ длиннее АБ в 6 раз.



Решение. Заметим, что в обоих случаях есть часть пути от В до А. Вычтем ее из обеих частей. Тогда получится, что трактор едет от Г до В по времени столько же, сколько и от А до В. При этом в пути от А до В есть путь в гору (А-Б) и путь по прямой (Б-В), который в 10 раз длиннее. При этом от Г до В трактор все время едет в гору. Значит, путь ГВ по длине равен сумме путей АБ (тоже в гору) и половине пути БВ, так как по маршруту БВ (по прямой) трактор едет в 2 раза быстрее, чем по ГВ. Дорога БВ в 10 раз длиннее дороги АБ, тогда ГВ в (10:2+1)=6 раз длиннее, чем АБ.

Задача 7. В кошельке лежат золотые и серебряные монетки. Если из него вытащить любые 4 монетки, то среди оставшихся окажется хотя бы одна золотая, а если любые 3 – хотя бы одна серебряная. Какое наименьшее количество монеток может быть в кошельке? (*Ев.Иванова*) **Ответ.** 9 монеток.

Решение. Золотых монет не меньше 5. Так как иначе мы можем, вытащив четыре монеты, вытащить все золотые. Аналогично серебряных монет не меньше 4. Следовательно, в кошельке не меньше 9 монет. Пример 5 золотых и 4 серебряных показывает, что так может быть.

Задача 8. Чтобы открыть сейф, нужен четырёхзначный код. Банкир написал на листке код из 4 цифр и опросил четырёх человек, что они думают по поводу правильности этого кода. Ему ответили: А) Вторая цифра правильна; Б) Первые три цифры правильные; В) Можно получить верный код, изменив одну цифру; Г) Одна из последних двух цифр неправильна. Банкир знает, что кто-то один ему соврал, а остальные сказали правду. На каких позициях точно правильные цифры? (*В.Иванов*)

Ответ. Правильны первая, вторая и четвёртая цифры.

Решение. Предположим, что Б прав, и посмотрим на последнюю цифру. Если она правильна, то весь код правильный. Тогда Г соврал, но В тоже соврал (какую цифру не измени в правильном коде, снова правильный код не получится). Противоречие, так как по условию соврал только один. Если же последняя цифра неправильна, то все 4 человека оказываются правы, снова противоречие. Итак, Б соврал, значит остальным можно верить. Из слов В следует, что ровно одна цифра ошибочна. По словам Г, это одна из последних двух цифр. Если ошибочна последняя цифра, то все 4 человека правы (противоречие), а единственный оставшийся вариант — когда ошибочна предпоследняя цифра — удовлетворяет условию.

Краткие решения задач олимпиады 5 класса
26 января 2025
Часть А

К каждой задаче необходимо указать ответ.
Решения приводить не требуется.

1. Решите ребус. Разным буквам соответствуют разные цифры, одинаковым – одинаковые: $МО \cdot Р \cdot О \cdot З = 2025$ (*Т.В.Антошкина*)

<u>Комментарий в аудиториях.</u> Достаточно привести один вариант.

<u>Ответ</u>. Например, так: 45·9·5·1=2025 или 45·1·5·9= 2025 или 15·3·5·9= 2025

2. В России в 256 день года отмечают День Программиста. А) на какой день календаря и Б) какой день недели он приходился в 2024 году? (*фольклор*) **<u>Ответ</u>**. А) 12 сентября; Б) четверг.

<u>Решение</u>. Поскольку 2024 год – високосный, то удобнее отсчитать 110 дней с конца года (366 – 256), чем считать с начала года.

3. У Андрея и Бориса есть по листку бумаги, на которых написано одно и то же трехзначное число. Андрей вычеркнул одну цифру так, что получилось наибольшее возможное в данном случае двухзначное число. Борис же вычеркнул одну цифру так, что получилось как можно меньшее двухзначное число. Разность чисел Андрея и Бориса оказалась равна 61. Чему могло быть равно исходное трехзначное число? (*С.В.Дворянинов*)

<u>Комментарий в аудиториях.</u> Достаточно привести один вариант.

<u>Ответ</u>. Например, 289 (тогда разница 89 – 28) или 178 (разница 78 – 17)

<u>Решение</u>. Заметим, что поскольку на конце в разности 61 стоит 1, то последние цифры в числах Андрея и Бориса разные (иначе был бы 0 на конце разности). Следовательно, в одном случае была вычеркнута последняя цифра, а в другом первая или вторая. Но у двух полученных двузначных чисел есть одна общая цифра. Она не последняя, как мы выяснили, и не первая, так как иначе в результате было бы однозначное число. Таким образом в исходном числе две цифры (третья и вторая) отличаются на 1. И разница между первой и второй цифрами равна 6. После чего легко находятся такие числа.

4. У волшебника есть листы заколдованной бумаги: 3 красных, 4 жёлтых и 5 синих. Известно, что если положить красную бумагу на жёлтую пойдет дождь, если жёлтую на красную – снег, если красную на синюю – сверкнёт молния, если синюю на красную – грянет гром, если жёлтую на синюю – спустится туман, если синюю на жёлтую – изморозь. Волшебник сначала разрезал на две части каждый лист не жёлтого цвета, а затем – на три части каждый лист не синего цвета. После чего бумажку того цвета, кусков которого оказалось больше всего, положил на бумажку того цвета, кусков которого оказалось меньше всего. Что в результате произошло? (*Е.Ю.Иванова*) **<u>Ответ</u>**. Сверкнула молния.

<u>Решение</u>. После первого разрезания у Волшебника 6 красных кусочков, 4 жёлтых и 10 синих. После второго – 18 красных, 12 жёлтых и 10 синих. Значит, он положил бумажку красного цвета на бумажку синего цвета.

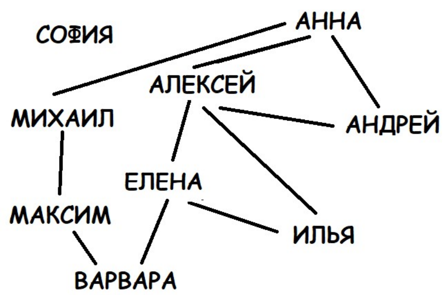
5. Никита очень быстро едет вдоль дороги с постоянной скоростью и смотрит на километровые столбы. В 08:30 он проезжал мимо столба с числом $\overline{AB}$, в 09:06 – мимо столба $\overline{AAB}$. Во сколько он проедет мимо столба с числом $\overline{AAAB}$? Все события происходят в течение одного дня. Буквами A и B зашифрованы две различные цифры. (*Н.А.Михайловский*)

<u>Ответ</u>. Он проедет в 15:06

<u>Решение</u>: За 36 минут Никита проедет $\overline{A00}$ километров, значит, чтобы проехать $\overline{A000}$ километров, ему потребуется в 10 раз больше времени, то есть 360 минут, а именно 6 часов. Значит, с момента 09:30 пройдет 6 часов.

6. В 5Ы классе есть Варвара, Анна, София, Елена, Андрей, Илья, Максим, Михаил и Алексей. Ребята дружат, если в их именах есть хотя бы одна общая буква, стоящая на одном и том же месте с начала (так, Елена и Илья дружат, потому что у них есть Л на втором месте, а Елена и Анна не дружат, т.к. общие буквы у них в разных местах: у Елены А на пятом, а у Анны на первом и четвёртом, Н также в разных местах). Каждое утро ребята делятся новостями с друзьями, а потом не разговаривают. В воскресенье вечером Варвара узнала важную новость. В какой день недели её узнает Анна? (*А.А.Солынин*) **<u>Ответ</u>**. В среду

<u>Решение</u>: Нарисуем «картинку дружб»

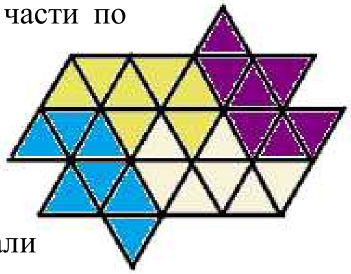


Утром в понедельник Варвара расскажет новость Максиму и Елене. Утром во вторник Елена расскажет новость Алексею и Илье, Максим – Михаилу, а утром в среду Алексей и Михаил расскажут Анне.

7. Баба Яга начала подготовку к Новогодним праздникам 25 декабря, а закончила 31 декабря. Все эти дни с 25 по 31 она худела от переживаний. 25 декабря она похудела на 2 кг, а каждый следующий день худела на 1 кг больше, чем в предыдущий. В итоге в момент прихода Нового Года она весила на 45 кг больше Кащея. Какой вес был у бабы Яги перед новогодней подготовкой, если тогда она весила в 5 раз больше Кащея, а вес Кащея неизменен уже 100 лет? (*Е.Ю.Иванова*)

<u>Ответ</u>. 100кг. **<u>Решение</u>**: С 25 по 31 декабря 7 дней. Значит, она похудела на 2+3+4+5+6+7+8=35кг. Значит до 25 декабря она весила на 80 кг больше Кащея и это в 5 раз больше. Следовательно, 80 кг – это 4/5 от веса Бабы Яги до подготовки. Отсюда вес Кащея 20кг, а вес Бабы Яги был 100кг.

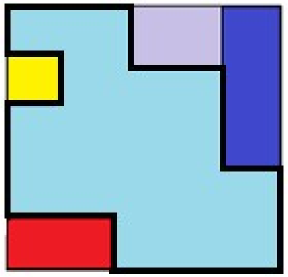
8. Разрежьте фигуру на рисунке на 4 равные части по линиям сетки. (*Е.Ю.Иванова*)



Комментарий в аудиториях. Равные фигуры – фигуры, которые можно совместить при наложении. Фигуры можно поворачивать и переворачивать.

Ответ. Приведен на рисунке.

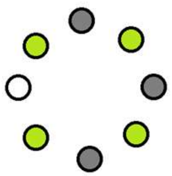
9. Из квадрата площади 400 см^2 вырезали квадратик площади 16 см^2 и три прямоугольника, как показано на рисунке. Найдите периметр получившейся фигуры.



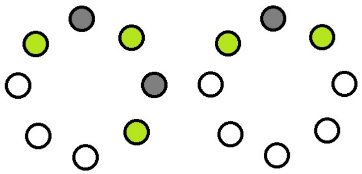
Ответ. 88см

Решение. Заметим, что прямоугольники никак не изменяют периметр исходной фигуры. Периметр увеличивает только вырезанный квадратик на две его длины стороны. Так как его площадь 16, то сторона равна 4см. То есть периметр стал больше на 8см. У квадрата площади 400 сторона 20, а периметр равен 80, значит новый периметр на 8 см больше.

10. В хоровод встали 8 человек, каждый из которых либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжёт), либо хитрец (может говорить всё, что угодно). Известно, что в хороводе участвовали люди всех 3 видов (Р, Л и Х). Каждый заявил, что оба его соседа хитрецы. Сколько рыцарей могло быть в хороводе? (Укажите все возможные варианты)? (*Н.А.Михайловский*) **Ответ**. 1 или 2 рыцаря



Решение. Поскольку по условию в хороводе есть люди всех трёх типов, то рыцарь хотя бы один точно есть. Рядом с рыцарем с обеих сторон должны стоять хитрецы. Значит, хитрецов не меньше, чем рыцарей. Тогда рыцарей не может быть 4 или больше, так как в сумме рыцарей и хитрецов не больше 7 (ведь по условию есть хотя бы один лжец).



Если рыцарей 3, то хитрецов 4 и один лжец. Но тогда с обеих сторон лжеца стоят хитрецы и он говорит правду, что не может быть.

Пример для 1 и 2 рыцарей строится (см.рис.слева)

Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

1. У Гали есть по одной карточке с числами 1, 2, 3, 4, 5, 2025, одна карточка со знаком равенства «=» и неограниченное количество карточек со знаками «+», «–» и «×». Составьте с помощью этих карточек верное числовое равенство, использовав все карточки с числами. (*Г.Ю.Метс*)

Ответ. Например, $3^4 \times 1 \times 25 = 2025$ или $45^{1+3-2} = 2025$.

Решение. Поскольку это карточки, то можно их сдвигать относительно друг друга, реализуя возведение в степень.

2. В 5Я классе 25 учеников, каждый из которых 2012, 2013 или 2014 года рождения. 26 января 2025 года каждый написал свой год рождения. Оказалось, что сумма написанных чисел делится на 17, и сумма возрастов детей на этот момент тоже делится на 17. Какое наименьшее количество детей из 5Я могли родиться в январе? (*А.А.Солынин*)

Комментарий в аудиториях. Если у ребенка день рождения 26 января, то считается, что ему уже столько лет, сколько в этот год исполнилось.

Ответ. 9 детей. **Решение**. Сумма возраста и года рождения ребёнка равна 2024, если у него день рождения после 26 января, и 2025, если с 1 по 26 января. А значит, общая сумма равна 2024×25 плюс количество дней рождения с 1 по 26 января. Число 2024×25=50600 даёт остаток 8 при делении на 17, то есть чтобы эта сумма (годов рождения и возрастов) делилась на 17 должно быть еще 9 детей (17–8), кто родился в январе с 1 по 26 и добавит к общей сумме по 1. Но могли еще какие-то дети родиться в январе с 27 по 31.

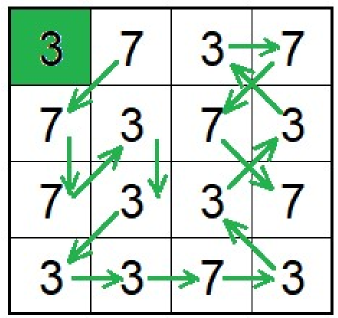
Осталось привести пример, как могли распределяться годы рождения, чтобы их сумма делилась на 17. 2006 делится на 17. Поэтому достаточно составить пример с числами 6, 7 и 8. Число 6×23+7+8=153 – делится на 17. То есть пример: 23 ребенка родились в 2012 году, один в 2013 и один в 2014 удовлетворяет условию.

3. Число называется палиндромом, если оно одинаково читается слева направо и справа налево (например: 5, 44, 121). В квадрате 4 × 4 написаны цифры 3 и 7 так, как показано на рисунке. Какое самое большое число-палиндром можно получить, двигаясь по клеткам доски ходом короля? В каждой клетке квадрата можно побывать не более одного раза; начать и закончить движение можно в любых клетках (*С.В.Костин*)

3	7	3	7
7	3	7	3
7	3	3	7
3	3	7	3

Ответ. 777 333 373 333 777.

Решение. В квадрате 16 цифр. Однако получить 16-значный палиндром нельзя, поскольку палиндром, содержащий чётное число цифр, содержит чётное количество «вхождений» каждой цифры.
В данном же случае в квадрате нечетное число цифр 3 и нечетное число цифр 7. Поэтому палиндром может содержать не более чем 15 цифр. Цифр 7 всего семь, значит, максимальный палиндром начинается не более, чем с трёх семерок. А такой вариант обхода квадрата есть.



4. В комнате было 10 человек: рыцари и лжецы. По команде «Старт!» каждый указал пальцем на 2 людей по своему выбору, крикнув каждому из них: «Ты – лжец!» Известно, что на каждого человека указали не более 4 раз. Сколько рыцарей могло быть в комнате? Укажите все возможные варианты. (Лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду.) (*Н.А.Михайловский*)

Ответ. 4, 5 или 6 рыцарей.

Решение. Заметим, что 3 и менее рыцарей быть не могло. Действительно, если это так, то на них указали не более 12 раз, тогда лжецов было не более 6, но тогда всего людей не более 3 + 6 = 9. Значит, рыцарей хотя бы 4. Аналогично лжецов хотя бы 4. Таким образом, рыцарей может быть 4, 5 или 6. Лжецов, соответственно, 6, 5 или 4. В каждом из вариантов лжецы указывают на рыцарей, рыцари – на лжецов.

5. Домики Винни-Пуха, Пятачка, Ослика, Совы, Тигры и Кролика расположены вдоль одной прямой. Кристофер Робин написал на каждом домике сумму расстояний от него до всех остальных домиков. Могло ли так оказаться, что на домиках в результате были написаны какие-то шесть различных натуральных чисел в каком-то порядке (*фольклор*)

Комментарий в аудиториях. Если могло, приведите пример, если не могло, докажите, что это невозможно ни в каком случае.

Ответ. Не могло. **Решение**. Для определенности будем считать, что домики расположены в порядке: В, П, О, С, Т, К. Для решения порядок не имеет значения, мы будем рассматривать третий и четвёртый домики. В наших обозначениях это О и С. Тогда сумма расстояний от О равна ОВ+ОП+ОС+ОТ+ОК, а сумма расстояний от С равна СВ+СП+ОС+СТ+СК. Заметим, что СВ=ОВ+ОС, СП=ОП+ОС, ОТ=СТ+ОС, ОК=СК+ОС. Зная это, перепишем, чему равны суммы для О и С. Для О: ОВ+ОП+СТ+СК+3×ОС. Для С: ОВ+ОП+СТ+СК+3×ОС.

То есть мы видим, что эти суммы одинаковы независимо от длины расстояний между соседними домиками. Значит, в любом случае хотя бы два числа, написанные на домиках, будут равны и получить шесть различных чисел невозможно.