**Илја Јанев**
**Скопје**

# И БРОЕЊЕТО НЕ Е ЛЕСНО

Веруваме дека овој наслов ќе ве зачуди, насмее, налути, а можеби и ќе ве навреди, но секако ќе ве заинтересира. Кој не знае да брои, првобитното математичко знаење со кое се сретнал човекот? Но, зависи од тоа што броиме...

-Кети, дали знаеш да броиш? - ја праша сестра си Игор.

-Тоа е најлесно, - се пофали малата Кети, - се разбира дека знам.

-Е, ако знаеш, тогаш кажи ми колку вкупно ќе има ракувања меѓу четири лица, ако секој со секого се ракува по еднаш?

-Но, тоа не е броење, - го гледаше збунето Кети, а во себе упорно го бараше одговорот на поставеното прашање.

-Можеби ќе биде подобро ако го примениме методот на постапност.

-Каков метод? - се заинтересира Кети.

-Методот на постапност. Тоа значи да започнеме со ракување на две лица ...

-Но, тогаш имаме само едно ракување, - го прекина Кети.

-Точно така, две лица, а едно ракување. Ако сега се ракуваат три лица, тогаш?

-Тогаш ќе имаме ... вкупно три ракувања, - рече Кети, откако прво нешто пребројуваше на прстите од својата рака.

-Ако постапно го зголемиме бројот на лицата ...

-Сега со четири лица, - го прекина Кети.

-Да, и колку ракувања ќе имаме сега?

-Осум, - рече Кети по кратко размислување.

-Како дојде до овој резултат?

-Четири лица по три ракувања, тоа се дванаесет, а од тоа одзедов четири.

-Зошто? - се заинтересира понатаму Игор.

-Секое ракување го броиме двапати, па затоа вистинскиот број на ракувања е помал.

-За колку? За двапати!

-А, се сетив, ќе имаме вкупно шест ракувања.

-Браво! ја пофали Игор. - Така е, $12:2=6$. Внимавај сега, продолжи Игор, две лица - едно ракување, три лица 1+2=3 ракувања, четири лица 1+2+3=6 ракувања.

-Значи, ако се ракуваат пет лица, тогаш ќе имаме 1+2+3+4=10 ракувања, - побрза да каже Кети.

-Одлично заклучуваш, - ја пофали Игор. -Значи, ја сфати законитоста на овој вид броење.

-Да, - рече Кети, а во себе се радуваше што научи нешто ново.

-До истиот резултат се доаѓа ако пет лица се чукнат со чашите при наздравување. Притоа, би имале вкупно 1+2+3+4=10 чукнувања на чашите. Понатаму, ако куќите на секои од овие пет лица се поврзани со патеки, тогаш ќе имаме вкупно 10 патеки.

-Или ако се поврзани со телефонски кабли, тогаш би имале вкупно 10 кабли, - додаде Кети.

-Да така е, - рече Игор. -Како што гледаш во секој од овие примери се работи за иста релација, само со друга содржина. Во математиката често пати се занемарува конкретната содржина, а се разгледуваат само важните соодноси. Таквото размислување се вика математичко. Во нашиот пример наместо лица можеме да избереме точки, а наместо ракувања - да земеме отсечки. Тогаш задачата можеме да ја претставиме графички, на пример, како петаголник - со неговите страни и дијагонали. Бројот на ракувањата е еднаков на збирот на станите и дијагоналите на петаголникот.

-Ние учевме како се пресметува бројот на дијагоналите на еден многуаголник, - рече Кети. Тој се пресметува со формулата $\frac{n(n-3)}{2}$.

-Тоа не е формула, тоа е израз. Формула би било ако запишеме $D=\frac{n(n-3)}{2}$. Притоа, $n>3$ е бројот на страните на многуаголникот, - ја исправи Игор. Ако на изразот $\frac{n(n-3)}{2}$ го додадеме бројот на страните $n$ ќе добиеме

$$\frac{n(n-3)}{2}+n=\frac{n^2-3n}{2}+n=\frac{n^2-3n+2n}{2}=\frac{n^2-n}{2}=\frac{n(n-1)}{2}.$$

- Ова не го разбрав, - си призна искрено Кети.

-За тоа ќе учиш оваа година. Сега само да кажеме дека бројот на сите ракувања $r$ меѓу $n$ лица, при што секое лице се ракува со секое друго, само еднаш, е еднаков на половината од производот на тој број и неговиот претходник, т.е.

$$r=\frac{n(n-1)}{2}. \qquad (1)$$

-А зар не е полесно да ги собереме броевите $1,2,...,n-1,n$, - рече Кети.

-Да ако бројот $n$ не е голем. Но, замисли ако имаме 1000 лица, тогаш ќе се сложиш подобро е да ја примениме формулата (1).

-Бато, ако не ја знаеме законитоста 1+2+3+..., или формулата (1), тогаш многу тешко ќе можеме да изброиме колку ракувања има меѓу овие 1000 лица.

Драги ученици, тоа е дури невозможно; сигурно ќе згрешите. Гледате ли сега дека броењето не е секогаш лесно. Во одделни случаи тоа е вештина. Но, од ова броење можеме да изведеме една формула. Во случај на $n$ лица имаме вкупно

$$r=1+2+...+(n-1)$$

поздравувања, а од друга страна

$$r=\frac{n(n-1)}{2}.$$

Значи добиваме

$$1+2+...+(n-1)=\frac{n(n-1)}{2}.$$

Ако наместо $n$, го разгледаме случајот со $(n+1)-$лице, тогаш

$$1+2+...+n=\frac{n(n+1)}{2}. \tag{2}$$

Со оваа формула се пресметува збирот на првите $n$ природни броеви. Запомнете ја! Интересно, зар не, тргнавме од ракувања, а дојдовме до формулата (2). Во математиката има многу интересни патишта, и секој од нив води кон некој резултат.

Статијата прв пат е објавена во списанието Нумерус на СММ