

СКРИВЕНЕ ЈЕДНАЧИНЕ (1)

Бранислав Поповић, Крагујевац

Лектира за IV и V разред

Сигурно сте већ решавали једначине облика $56 + x = 100$. Како то радите? Ви заправо тражите одговор на питање: Који број треба додати броју 56 да се добије број 100 ?

Не сумњам да сте решавали и „магичне“ квадрате. Знате већ, то су шеме у које треба уписати бројеве који недостају, тако да су зборови бројева у свакој врсти, колони и дијагонали међусобно једнаки.

	9	2
	5	
8		

Има ли шта заједничко за наведене примере решавања једначине и решавања магичног квадрата?

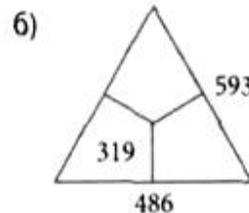
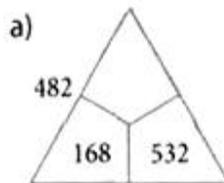
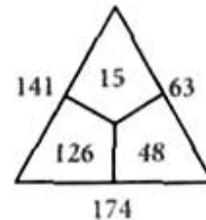
Попуњавање магичног квадрата обично се своди на то да се одговори на неколико питања облика: Који број треба додати...?

Разлика између решавања једначина и попуњавања магичног квадрата је у томе што је решавање магичног квадрата много занимљивије од решавања једначине. Осећај који имамо када решимо неку једначину је осећај да смо нешто одрадили, док је осећај када решимо неки проблем сличан магичном квадрату, често осећај задовољства, некад и усхићења.

Дакле, решити магични квадрат значи решити СКРИВЕНУ ЈЕДНАЧИНУ, или тачније, СКРИВЕНЕ ЈЕДНАЧИНЕ. Како су магични квадрати, вероватно, већ познати читаоцима Математичког листа, у овом чланку ће бити наведено неколико занимљивих задатака, скривених једначина, који се ређе јављају у литератури.

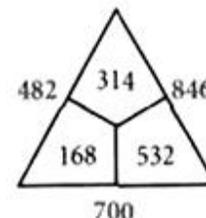
Пример 1. Бројеви у троуглу и око њега су такви да су „црвени“ бројеви зборови два одговарајућа „плава“.

Уписати у троугао и око њега бројеве који недостају, тако да бројеви око троугла буду зборови одговарајућих бројева из троугла:

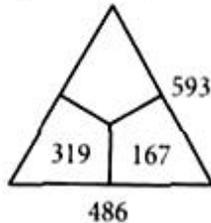


Решење.

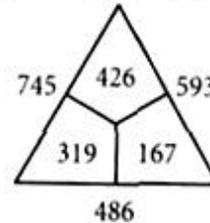
а) Скривена једначина коју треба решити је: Који број треба додати броју 168, па да се добије 482 ? Није тешко доћи до решења ове једначине а затим одредити и преостала два црвена броја.



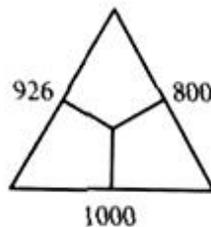
б) Скривена једначина коју прво решавамо је:
Који број треба додати броју 319, па да се добије 486? Одговор је 167.



Затим решавамо скривену једначину:
Који број треба додати броју 167 так да се добије број 593? После тога је лако решити задатак до краја.



Пример 2. Уписати одговарајуће бројеве у троугао тако да су бројеви записани око троугла њихови зборови.



Решење. (1. начин) Хајде да нађемо тражене бројеве тако што ћемо пробати. Нека је један од тражених бројева број 600!



Како је 1000 веће од 926, број којим смо почели (600) је сувише велики. Пробајмо са 550!



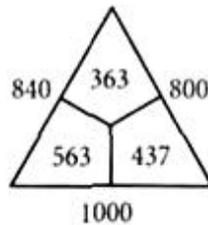
Када је пак јасно да је 550 сувише мали број. Хајде да пробамо са „нечим између“ на пример 570!



Дакле, број којим треба почети решавање нашег задатка је већи од 550 и мањи од 570. Пробајмо са 560!

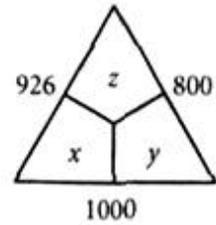


Скоро да је сасвим јасно да ће тражени почетни број бити 563. Тражено решење је сада лако наћи:



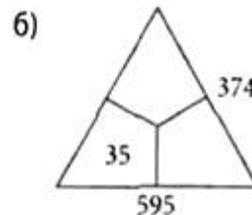
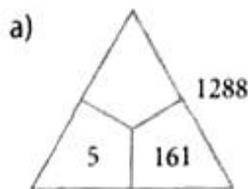
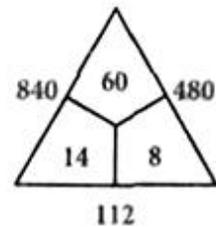
(2. начин) Решимо овај задатак мање „истраживачки“, а више шаблонски, чисто да покажемо како се то ради у старијим разредима. Ако непознате бројеве означимо са x, y, z добијамо једначине:

$$x + y = 1000, y + z = 800, z + x = 926.$$



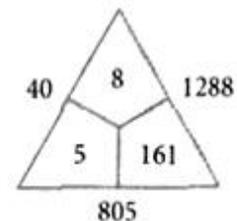
Сада је $x + y + y + z + z + x = 2726$, односно $x + y + z = 1363$, па је лако израчунати: $x = 563, y = 427$ и $z = 363$.

Пример 3. Бројеви у троуглу и око њега су такви да су „црвени“ бројеви производи одговарајућа два „плава“. Уписати у троугао и око њега бројеве који недостају тако да бројеви око троугла буду производи бројева из троугла:

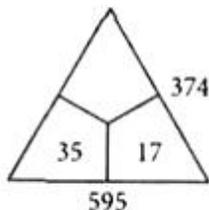


Решење.

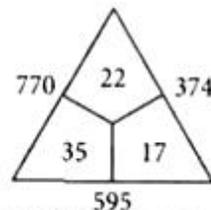
а) Скривена једначина коју треба решавати је: Којим бројем треба помножити број 161 да се добије број 1288? Наравно, како је $1288 : 161 = 8$ тражено решење је:



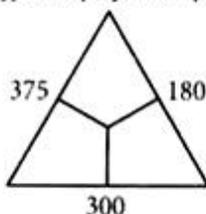
б) Скривена једначина коју прво решавамо је: Којим бројем треба помножити број 35, па да добијемо 595 ? Није тешко видети да је то 17.



Затим треба одговорити на питање: Којим бројем треба помножити 17, па да добијемо 374 ? Јасно, коначно решење је:



Пример 4. Уписати одговарајуће бројеве у троугао, тако да су бројеви записани око троугла производи по два одговарајућа броја из троугла.



Решење. (1. начин) Почињемо са питањем (скривеном једначином): Који је то број који је дилац и броја 300 и броја 180 ? Има их више, на пример 2, 5, 10, 15, ... Хајде да пробамо са бројем 10. Пази, размишљамо мало другачије него у примеру 2.

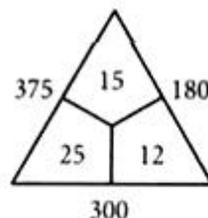


Како 18 није дилац броја 375, то број 10 одмах одбацујемо као могуће решење. Међутим, ако наставимо да решавамо наш задатак добијамо да је „трећи“ производ (480) сувише велики. Шта закључујемо? Ако повећамо 10, друга два чиниоца (18 и 30) ће се смањити па ће се и „трећи“ производ смањити. Дакле, уместо 10, пробајмо да нађемо решење почињући са бројем 15!



Тај „трећи“ производ је сада 240, значи мањи од потребног, па почетни број тражимо да буде већи од 10, мањи од 15 и да дели бројеве 300 и 180.

Закључујемо, тражени број је 12 и решење је:

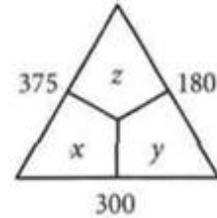


(2. начин) Наравно, као у примеру 2, постоји и мање „истраживачки“ начин. Ако непознате бројеве означимо са x, y, z добијамо једначине:

$$x \cdot y = 300, y \cdot z = 180, z \cdot x = 375.$$

Лако се добија да је

$$\begin{aligned} (x \cdot y) \cdot (y \cdot z) \cdot (z \cdot x) &= (x \cdot y \cdot z)(x \cdot y \cdot z) \\ &= (300 \cdot 180 \cdot 375)(300 \cdot 180 \cdot 375) \\ &= 4\,500 \cdot 4\,500, \end{aligned}$$

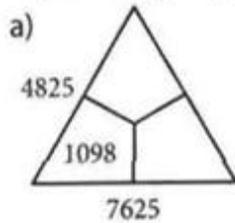


па је онда $z = 4\,500 : 300 = 15$, $y = 12$ и $x = 25$.

За ученике нижих разреда 1. начин је не само једино доступан, већ и прави, благодаречи којем ће учити како се мисли и закључује и којим ће донекле осетити укус истраживања!

ЗАДАЦИ ЗА САМОСТАЛНИ РАД

1. Упиши у троугао и око њега бројеве који недостају тако да бројеви око троугла буду збирови по два одговарајућа броја из троугла:



б)

9003

в)

1118

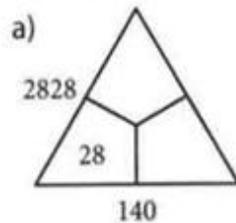
1183

821

1001

1335

2. Упиши у троугао и око њега бројеве који недостају тако да бројеви око троугла буду производи по два одговарајућа броја из троугла:



б)

704

45

495